**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
МУРМАНСКОЙ ОБЛАСТИ**

**МУРМАНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ ИНСТИТУТ ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ РАБОТНИКОВ ОБРАЗОВАНИЯ И КУЛЬТУРЫ**

ПРЕДМЕТНО-СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГЭ-2009

Часть 3

**МУРМАНСК
2009**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
МУРМАНСКОЙ ОБЛАСТИ

МУРМАНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ ИНСТИТУТ ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ РАБОТНИКОВ ОБРАЗОВАНИЯ И КУЛЬТУРЫ

ПРЕДМЕТНО-СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГЭ-2009

Часть 3

(математика, информатика)

МУРМАНСК
2009

Печатается по решению редакционно-издательского совета Мурманского областного института повышения квалификации работников образования и культуры

Составители:

***Н.В. Васильева**, главный специалист Министерства образования и науки Мурманской области;*

***Н.И. Стрельская**, проректор по научно-методической работе МОИПКРОиК*

Предметно-содержательный анализ результатов ЕГЭ-2009. Часть 3 / Сост. Н.В. Васильева, Н.И. Стрельская. – Мурманск, 2009. – 56 с.

В сборник включены аналитические материалы результатов единого государственного экзамена по математике и информатике в Мурманской области в 2009 году.

Материалы сборника предназначены руководителям и специалистам органов управления образованием, руководителям и педагогическим работникам образовательных учреждений.

© Мурманский областной институт повышения квалификации работников образования и культуры, 2009

Анализ результатов единого государственного экзамена по математике

В 2009 году ЕГЭ по математике сдавали 5129 обучающихся. Им было предложено 89 вариантов экзаменационной работы, соответствующей демонстрационному варианту КИМ 2009, спецификации и кодификатору элементов содержания для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2009 г.

Назначение экзаменационной работы – обеспечить аттестацию выпускников **по курсу математики** и их отбор в высшие учебные заведения.

Документы, определяющие содержание экзаменационной работы:

1) Обязательный минимум содержания основного общего образования по предмету (Приказ Минобразования России № 1276 от 19.05.1998 г.);

2) Обязательный минимум содержания среднего (полного) общего образования по предмету. (Приказ Минобразования России № 56 от 30.06.1999 г.);

3) Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Математика. (Приказ Минобразования России № 1089 от 05.03.2004 г.).

В 2009 г. проведена корректировка вариантов КИМ по сравнению с вариантами КИМ 2005-2008 гг. с учётом:

- изменения содержания выпускного экзамена по математике, который в 2009 г. проводился по курсу математики, а не по курсу алгебры и начал анализа, как это было в 2001-2008 гг.;
- сохранения статуса ЕГЭ по математике в качестве обязательного экзамена для всех выпускников школы;
- различий в требованиях к математической подготовке абитуриентов, предъявляемых вузами;
- введения ЕГЭ по математике в штатный режим.

Структура и содержание экзаменационной работы обеспечили регулирование уровня сложности и типологии заданий, включённых в каждую из трёх частей варианта КИМ. При сохранении в целом оправдавшей себя модели вариантов КИМ 2005-2008 гг. в содержание заданий КИМ-2009 г. внесены следующие изменения:

Часть 1:

1. Усилена геометрическая, в частности, стереометрическая составляющая работы: включена арифметическая задача практического характера, для выполнения которой требовалось вычислить площадь поверхности конуса – В3.
2. Включено задание базового уровня, позволяющее оценить умение обучающихся применять полученные знания в жизненной ситуации и анализировать информацию статистического характера, представленную графически – А7.
3. Упрощено несколько заданий базового уровня сложности.

Часть 2:

Включены два задания повышенного уровня сложности, рассчитанные на уровень подготовки выпускников, изучающих курс математики в объёме 4 часов в неделю. Задания отобраны по тематике и основным видам математической деятельности.

Часть 3:

Упрощено одно из трёх заданий высокого уровня сложности, осуществляющих большую дифференциацию обучающихся, имеющих высокий уровень математической подготовки - С3.

По сравнению с 2008 годом в структуру работы не внесены изменения, однако, согласно изменению содержания ЕГЭ, изменилось назначение и содержание частей работы (табл. 1).

Таблица 1

Структура вариантов КИМ 2009
и распределение типов заданий по частям работы

№	Части работы, тип задания	Форма ответа	Уровень сложности	Проверяемый учебный материал курсов математики	Число заданий	Максимальный первичный балл	% максимального первичного балла от максимального первичного балла за всю работу
1.	Часть1: А1-А10; В1-В3	Выбор ответа; краткий ответ	Базовый	Алгебра 7-9, алгебра и начала анализа 10-11, геометрия 7-11	13	13x1=13	36%
2.	Часть2: В4-В11; С1, С2	Краткий ответ; развёрнутый ответ записи решения	Повышенный	Математика 5-6, алгебра 7-9, алгебра и начала анализа 10-11, геометрия 7-11	10	8x1+2x2= =12	32%
3.	Часть3: С3-С5	Развёрнутый ответ полной записи решения с обоснованием выполненных действий	Высокий	Математика 5-6, алгебра 7-9, алгебра и начала анализа 10-11, геометрия 7-11	3	3x4=12	32%
	Итого:				26	37	100%

Задания экзаменационной работы были распределены по уровню сложности, видам проверяемой деятельности и типам. Проверке подлежал материал всех блоков, по которым распределено содержание школьного курса математики: «Выражения и преобразования», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Числа и вычисления», «Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин», «Статистика, комбинаторика, теория вероятностей» (табл. 2).

Основное внимание в экзаменационной работе уделено проверке овладения практической составляющей школьного курса математики. Владение теоретическими фактами проверяется опосредованно при решении учебных и практических задач, но наряду с этим осуществляется и непосредственная проверка овладения его теоретической составляющей.

Таблица 2

Распределение заданий по блокам содержания за период с 2004 по 2009 год

№	Блок содержания	Год	Число заданий	Максимальный первичный балл	% максимального первичного балла от максимального первичного балла за всю работу
1	Выражения и преобразования	2004, 2006-2009	5	5	13%
		2005	6	6	15%
2.	Уравнения и неравенства	2004, 2006	7	11	30%
		2005	6	10	27%
		2007-2008	9	16	43%
		2009	8	15	41%
3.	Функции	2004	11	17	44%
		2005-2006	10	14	38%
		2007-2008	8	9	25%
		2009	7	8	22%
4.	Числа и вычисления	2004-2009	1	1	3%
5.	Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических фигур.	2004-2008	3	6	16%
		2009	4	7	19%
6.	Статистика, комбинаторика, теория вероятностей	2009	1	1	3%
Итого		2004	27	39	100%
		2005-2009	26	37	100%

В экзаменационной работе 2009 года по сравнению с 2008 годом изменилось распределение заданий, ориентированных на проверку овладения определёнными видами деятельности (табл. 3).

Таблица 3

Распределение заданий по видам деятельности за период с 2004 по 2009год

Виды деятельности	Год	Число заданий	Максимальный первичный балл	% максимального первичного балла от максимального первичного балла за всю работу
Знать и понимать	2004-2006	4	4	11%
	2007-2008	5	5	14%
	2009	6	6	16%
Применять знания и умения в знакомой ситуации	2004	11	11	28%
	2005-2008	10	10	27%
	2009	9	9	24%
Применять знания и умения в изменённой ситуации	2004	8	8	21%
	2005-2006	9	11	30%
	2007-2009	8	10	27%
Применять знания и умения в новой си-	2004	4	16	41%
	2005-2009	3	12	33%
Итого:	2004	27	39	100%
	2005-2009	26	37	100%

Таблица 4

Экзаменационная работа направлена на проверку уровня сформированности следующих умений и навыков обучающихся:

общеучебных	предметных
Конструировать способы решения и выбирать оптимальный из них	Использовать различные языки математики для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства
Осуществлять творческую и эвристическую деятельность при решении задач повышенной сложности и нетиповых задач	Владеть основными способами представления и анализа статистических событий
Проводить доказательные рассуждения, логически обосновывать выводы	Решать широкий класс задач из различных разделов курса
Пользоваться теоретическими знаниями для решения практических задач	Использовать несколько приёмов при решении комбинированных задач
Осознанность закономерности математизации знаний (аксиоматический метод, метод математического моделирования)	Применять соответствующие правила, формулы, свойства для описания математических объектов
Осуществлять поиск, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации	Выполнять тождественные преобразования, в том числе для рационализации вычислений
Применять изученные понятия, результаты и методы при решении задач из различных разделов курса, в том числе задач, не сводящихся к непосредственному применению известных алгоритмов	Проводить математические расчёты
Владеть стандартными алгоритмами действий и методами решений	Владеть методами математического анализа в объёме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать задачи
	Проводить исследование функций эле-

	ментарными методами
	Владеть техникой решения уравнений, неравенств, их систем, применяя аналитические и графические методы решения
	Применять содержательный смысл понятий теории дифференциального исчисления для анализа математических ситуаций
	Строить геометрические конфигурации
	знать свойства плоских фигур, пространственных тел и уметь использовать их для вычисления значений искомых геометрических величин

Основные результаты экзамена по математике 2009 г.

Количество обучающихся общеобразовательных учреждений Мурманской области, участвующих в ЕГЭ по математике, сократилось с 10185 в 2003 г. до 4416 человек, а по сравнению с 2008 г. – на 159 без учёта выпускников прошлых лет.

Из 5129 выпускников 2009 г.**,** среди которых 579 – обучающиеся вечерних (сменных) школ и 37 – обучающиеся НПО и СПО, 1,4% получили тестовый балл ниже минимального (0-20). По России данный показатель составляет 6,8%. 98,6% обучающихся набрали минимальный тестовый балл и выше (21-100), что на 5,4% выше общероссийского: 3 (0,06%) обучающихся получили по 100 баллов.

Средний балл по математике в Мурманской области в этом учебном году - 46,58, по России – 42,9, причём он выше по сравнению с прошлым годом и у выпускников вечерних школ и составляет 29,5 балла. 53,17% выпускников не решали задания типа С, при этом из приступивших к их решению 72,04% обучающихся получили ноль баллов.

Основные направления анализа результатов выполнения заданий ЕГЭ части 1

Обязательным условием положительной аттестации обучающихся за курс основной школы является выполнение требований к уровню подготовки выпускников, представленных федеральным компонентом государственного стандарта общего образования 2004 года.

Таблица 5

№	Блок содержания	Требования к уровню подготовки обучающихся, проверяемые частью 1
1.	Выражения и преобразования	Знание основных тригонометрических тождеств, формул приведения, умение выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений и находить их значения
		Знание определения и свойств логарифма, умение выполнять тождественные преобразования логарифмических выражений
		Знание свойств корня n-ой степени, умение выполнять тождественные преобразования с корнями и находить их значения
		Владение понятием степени с рациональным показателем, умение выполнять тождественные преобразования и находить значение степеней
2.	Уравнения и неравенства	Умение решать простейшие иррациональные, тригонометрические, показательные, дробно-рациональные уравнения и неравенства
		Умение решать уравнения с использованием равносильности уравнений
		Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств
		Умение применять общие приёмы решения уравнений
		Умение решать неравенства с одной переменной на основе свойств функции
3.	Функции	Умение «читать» свойства функции по графику и распознавать графики элементарных функций
		Умение находить множество значений функции
		Владение правилами дифференцирования и таблицей производных элементарных функций
4.	Числа и вычисления	Владение вычислительной техникой: алгоритмами выполнения арифметических операций с числами, правилами сравнения и округления
5.	Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических фигур.	Умение решать задачу практического характера
		Знание формулы вычисления площади боковой поверхности конуса
6.	Статистика, комбинаторика, теория вероятностей	Умение анализировать информацию практического характера, представленную графически

1**). Качество знаний** выпускников 2009 года, характеризующее базовую подготовку по курсу математики, составило 79,2 %. Данный показатель - самый высокий за весь период эксперимента сдачи ЕГЭ и существенно выше идентичного показателя 2008 г. на 31,1%. Причём выпускники гуманитарных классов общеобразовательных учреждений и вечерних школ, на изучение математики которых отводилось менее 5 часов, также повысили уровень своей базовой подготовки. Примерный интервал выполнения заданий базового уровня сложности в соответствии с нормативными показателями – 40-90%. Соответствующий показатель результативности решения заданий части 1 на ЕГЭ удовлетворяет данному промежутку и находится практически на том же уровне, что и в 2007 году (табл. 6).

Таблица 6

Качество знаний базового уровня выпускников Мурманской области в 2004-2009 гг. по математике

Год	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Качество знаний	67, 2%	67%	69,3%	78,4%	48,1%	79,2%

2). Интервал разброса **результатов выполнения заданий по содержательным блокам базового уровня** (табл. 7-9) в учебных заведениях Мурманской области достаточно большой: от 23 до 95%. В критической зоне находится сформированность у обучающихся умений решать практико-ориентированные задачи: только 23% верно применили арифметико-геометрический аппарат. Уровень подготовки по следующим дидактическим единицам: тождественные преобразования выражений (83%), решение уравнений и неравенств (80%), «чтение» функций (89%) – оптимальный.

По сравнению с 2004-2008 гг. результативность выполнения участниками экзамена заданий базового уровня по всем содержательным линиям повысилась практически в полтора-два раза.

Результаты выполнения обучающимися заданий базового уровня в Мурманской области в 2004-2009 гг.:

Таблица 7

а) тождественные преобразования

Год	Логарифмы	Тригонометрия	Степени	Корни
2004	73%	66%	78%	77%
2005	80%	72%	76%	74%
2006	78%	49%	87%	80%
2007	86%	47%	86%	84%
2008	47,3%	21,3%	70,6%	59,3%
2009	89%	63%	95%	85%

Таблица 8

б) решение уравнений и неравенств

Год	Логарифмические уравнения	Тригонометрические уравнения	Показательные уравнения	Иррациональные уравнения	Показательные неравенства	Логарифмические неравенства	Дробно-рациональные неравенства
2004	71%	58%	76%	56%	-	-	68%
2005	79%	59%	69%	58%	69%	54%	73%
2006	63%	53%	64%	45%	67%	47%	-
2007	73%	84%	75%	75%	85%	-	77%
2008	29%	43,7%	-	-	41%	-	58%
2009	-	79%	-	64%	91%	-	85%

Таблица 9

в) «чтение» функции

Год	Область определения функции	Множество значений функции	Промежутки монотонности, знакопостоянства функции	Производная функции	Вид чётности функции
2004	53%	59%	82%	72%	-
2005	-	69%	71%	83%	72%
2006	49%	74%	68%	85%	-
2007	74%	87%	-	87%	74%
2008	41 %	46,3%	55%	62,7%	53,7%
2009	-	91%	85%	91%	-

В течение всего периода сдачи обучающимися ЕГЭ встречаются системные ошибки в разделах «Тригонометрия» (незнание основных тригонометрических формул для преобразования выражений и решения уравнений) и «Уравнения, неравенства, системы» (неумение проводить отбор корней при решении иррационального уравнения). Тем не менее, соответствующий уровень приобретённых ЗУН – допустимый: 63,5%. Положительная динамика сформированности у обучающихся математических навыков наблюдается при описании и интерпретации свойств функций, заданных аналитико-графическими способами в разделе «Функции, их графики, свойства» и применении определений и свойств степени с рациональным показателем и корнем в разделе «Степень и корни»: рост соответствующих показателей по сравнению с прошлым годом – 33% и 25%.

Впервые в содержание КИМ 2009 включены два новых типа заданий на практическое применение знаний: графическая интерпретация статистической информации и арифметические вычисления величин по геометрическому сюжету. 88% обучающихся справилось с первым типом задач.

Второй вызвал особые затруднения. 77% обучающихся не решили данную задачу: не знали или допустили ошибки в применении формулы для вычисления площади боковой поверхности конуса; неверно провели расчёты искомых величин.

Для повышения качества базовой математической подготовки обучающихся учителям математики необходимо проанализировать «Обязательный минимум содержания основных образовательных программ» в разделе «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей», учесть, что формулировка и тематика отдельных заданий носит межпредметный и практико-ориентированный характер, опирается на жизненный опыт школьников.

В связи с этим необходимо вводить в практику работы:

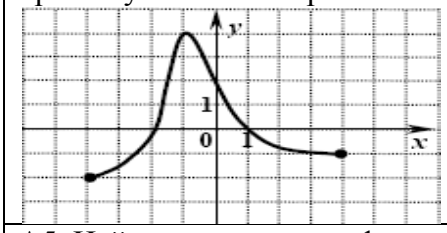
1) решение контекстных задач;
2) простейшие комбинаторные задачи;
3) задачи на вычисление вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
4) практические задачи на анализ диаграмм, графиков, информации статистического характера.

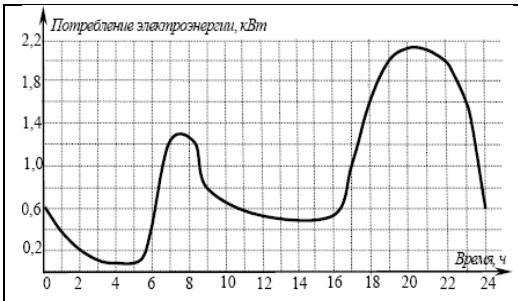
3). Поэлементный анализ заданий части 1 ЕГЭ-2009 по математике (табл. 10) показал, что 59% проверяемых элементов содержания базового уровня – это знания,

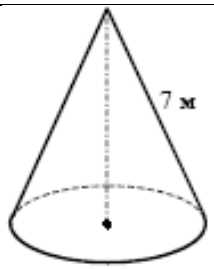
умения и навыки, сформированные в основной общей школе, и лишь около одной второй (41%) – в средней (полной) общей школе.

Таблица 10

Поэлементный анализ заданий части 1 ЕГЭ-2008 по математике

Задание	Элементы содержания	Ступень, на которой формируются данные умения и навыки	
		Основная школа	Средняя школа
А1. Упростите выражение: $a^{1,5} \cdot 3a^{-0,4}$	свойства степени с рациональным показателем		+
	действия с отрицательными числами	+	
А2.Упростите выражение: $\frac{\sqrt[3]{a^{14}}}{\sqrt[3]{a^{2}}}$	свойства арифметического корня *n*-й степени		+
	действия с рациональными числами	+	
А3. Вычислите: $\log_2 176 - \log_2 11$	определение логарифма		+
	свойства логарифма		+
	деление целых чисел	+	
А4. Функция на рисунке задана графически. На каком из указанных промежутков она возрастает? 	определение свойства монотонности функции, заданной графически	+	+
	числовые промежутки, их обозначения	+	
А5. Найти производную функции: $y = 2x^3 - 5x$	правила дифференцирования		+
	производная степенной функции		+
	умножение натуральных чисел	+	
А6. Найти множество значений функции: $y = 9\sin x$	множество значений тригонометрических функций		+
	числовые промежутки, их обозначения	+	
А7. На рисунках представлен график потребления электроэнергии в течение суток в городской квартире. Сколько часов потребление электроэнергии было больше 2,0 кВт?	анализ реальных числовых данных, представленных в виде графика	+	
	оценка результата вычислений	+	

	арифметические действия с двузначными числами	+	
А8. Решить неравенство: $\frac{6x+18}{7x}>0$	применение непрерывности		+
	метод интервалов	+	+
	область существования дроби	+	
	числовые промежутки, их обозначения	+	
А9. Решить уравнение: $\sin x=1$	решение простейших тригонометрических уравнений (частный случай)		+
А10. Решить неравенство: $4^{x-10}>16$	решение простейшего показательного неравенства		+
	свойство монотонности показательной функции		+
	представление числа в виде степени	+	
	числовые промежутки, их обозначения	+	
В1. Найти значение выражения: $4-5tg^2x\cdot\cos^2 x,$ если $\sin x=0{,}2$	основные тригонометрические тождества	+	+
	действия с рациональными числами	+	
В2. Решить уравнение: $\sqrt{x^2-9}=4$	решение иррационального уравнения		+
	решение неполного квадратного уравнения	+	
	отбор корней уравнения	+	+
В3. Верхняя часть башни имеет форму конуса, радиус основания которого 9/П м, а образующая 7 м. (см. рисунок). Боковую поверхность конуса планируется покрыть мозаикой. Сколько мешков клея потребуется купить для выполнения этой работы, если расход клея 5 кг на 1 м^2 и в одном мешке 25 кг клея?	формула площади боковой поверхности конуса		+
	действия с рациональными числами	+	
	прикидка и оценка результатов вычисления	+	

Представленные выше результаты диктуют необходимость выделения учителем, как в период всего учебного процесса, так и во время проведения итогового повторения курса математики при подготовке к ЕГЭ учебного времени на актуализацию следующих умений, формируемых в 5-9 классах:

Таблица 11

№	Курсы математики	Уметь	Использовать приобретённые ЗУН для
1.	Арифметика	выполнять устно арифметические действия с рациональными числами	решения несложных практических расчётных задач
		переходить от одной формы записи чисел к другой	устной прикидки и оценки результатов вычислений
		пользоваться основными единицами измерений	интерпретации результатов решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых процессов и явлений
2.	Алгебра	выполнять основные действия со степенями с целыми показателями, с многочленами и с алгебраическими дробями	моделирования практических ситуаций и исследования построенных моделей
		выполнять тождественные преобразования рациональных выражений	описания зависимостей между величинами при исследовании несложных практических ситуаций
		осуществлять в выражениях и формулах числовые подстановки	интерпретации графиков реальных зависимостей между величинами
		выражать из формул одну переменную через другие	выполнения расчётов по формулам
		применять свойства арифметических квадратных корней	
		решать линейные, квадратные, рациональные уравнения и неравенства	
		определять координаты точки плоскости	
		находить значения функции	
		определять и описывать свойства функций	

4). Распределение учебной нагрузки на изучение тем курса алгебры и начал анализа (базовый уровень), проверяемых ЕГЭ в части 1, в зависимости от используемого УМК

Таблица 12

№	УМК из Федерального перечня учебников, рекомендованных Министерством образования и науки РФ к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях, на 2009/10 учебный год	Издательство	Кол-во часов, на изучение тематических блоков (%)	Тематические блоки, отсутствующие в УМК в соответствии с примерными программами
1.	Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы	Просвещение	41%	«Стохастика», «Методы решений уравнений, неравенств, систем»
2.	Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы	Мнемозина	53%	«Функции, их свойства и графики» (9 класс)
3.	Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. и др. под ред. Жижченко А.Б. Алгебра и начала математического анализа. 10,11 классы	Просвещение	49%	-
4.	Никольский СМ., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Алгебра и начала математического анализа	Просвещение	47%%	-
5.	Муравин Г.К., Муравина О.В. Алгебра и начала математического анализа. 10, 11 классы	Дрофа	40%	-

При выборе УМК по математике на третьей ступени обучения необходимо учитывать авторское распределение учебной нагрузки на изучение тем курсов алгебры и начал анализа и геометрии, проверяемых КИМ ЕГЭ, а также соблюдение преемственности методических и содержательных аспектов построения курсов, уровня математической подготовки обучающихся и требований Федерального компонента государственных образовательных стандартов среднего (полного) общего образования и государственных программ по математике. Поэтому для повышения качества знаний, характеризующих базовую подготовку обучающихся гуманитарных классов общеобразовательных учреждений и вечерних школ, рекомендуются учебники авторских коллективов Мордковича А.Г., Смирнова И.М. Математика. 10, 11 (базовый уровень), Колмогорова А.Н., Абрамова А.М., Дудницына Ю.П. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 (базовый уровень); для профильных классов: Виленкина Н.Я., Ивашева-Мусатова О.С, Шварцбурда СИ. Алгебра и начала математического анализа. 10, 11 (профильный уровень), Колягина Ю.М., Ткачевой М.В, Федоровой Н.Е. и др. под ред. Жижченко А.Б. Алгебра и начала математического анализа. 10, 11 (базовый и профильный уровни), Мордковича А.Г., Семенова П.В. Алгебра и начала математического анализа. 10, 11 (профильный уровень)

Основные направления анализа результатов выполнения заданий ЕГЭ Части 2

Проверка элементов содержания и видов деятельности при решении задач повышенного уровня отвечает как минимуму содержания основной и средней (полной) школы и требованиям к уровню подготовки обучающихся, предъявляемых вузами к абитуриентам. Часть 2 включает 10 заданий, при решении которых от выпускников требуется применить свои знания в изменённой ситуации, используя методы, известные им из школьного курса.

Таблица13

№	Блок содержания	Требования к уровню подготовки обучающихся, проверяемые заданиями В4-В11 части 2
1.	Выражения и преобразования	Умение выполнять тождественные преобразования выражений, содержащих логарифмы
		Умение выполнять тождественные преобразования выражений на соотношения между тригонометрическими функциями
2.	Уравнения и неравенства	Использование нескольких приёмов при решении комбинированных уравнений и неравенств
		Проведение отбора решений уравнений
		Применение свойств функций для определения метода решения неравенств
3.	Функции	Умение находить промежутки монотонности функции по графику её производной
		Использование определения и свойств периодической функции
		Использование ограниченности функций
		Нахождение области определения функции
4.	Числа и вычисления	Умение составлять математическую модель предложенной в текстовой задаче ситуации
		Умение решать текстовую задачу на проценты
5.	Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических фигур.	Применение свойств фигур и основных формул для решения планиметрических задач
		Применение свойств фигур и основных формул для решения стереометрических задач

При разработке критериев оценки заданий С1 и С2 учитывались особенности этих задач: проверялось владение известными алгоритмами действий и методами решений, не требовалось выполнять многошаговые преобразования и вычисления, а также применять какой-либо особый, необычный рациональный прием решения. При выполнении шагов решения правильный выбор и применение соответствующих правил, формул и алгоритмов действий или соответствующая переформулировка условия задачи (например, с «графического языка» на аналитический язык «заменяется» на решение уравнения) свидетельствовали об усвоении проверяемого материала и знании границ его применения.

В связи с этим критерии оценки выполнения заданий С1 и С2 учитывали правильность выбранных приемов или методов решения, а также выбранных формул,

правил и свойств математических объектов и не требовали приведения обоснований выполненных шагов решения.

1). Качество знаний выполнения заданий повышенного уровня сложности выпускниками Мурманской области в 2009 г. 26,9%, причём заданий с развёрнутым ответом С1-С2 – 20,45%. Примерный интервал выполнения заданий повышенного уровня сложности в соответствии с нормативными показателями – 10-50%. Полученный результат в этом году превысил половинную отметку. В то же время достаточно существенно повысились и результаты выполнения заданий С1-С2: на 15,8%.

Следует отметить, что данные задания верно выполнили не только обучающиеся общеобразовательных и профильных классов, но и гуманитарных.

Таблица 14

Качество знаний выполнения заданий по математике повышенного уровня выпускниками Мурманской области в 2004-2009 гг.

Год	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Качество знаний	20,7%	21,6%	19,5%	23,6%	9,6%	26,9%

Таблица 15

Результаты выполнения алгебраических заданий повышенного уровня сложности С1 и С2 в Мурманской области в 2005-2009 гг.

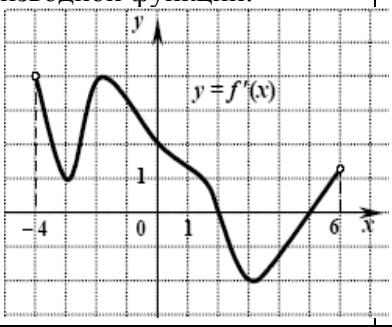
Год	С1	С2
2005	14%	22%
2006	24%	14%
2007	23%	18%
2008	5,3%	4%
2009	17,9%	23%

Таблица 16

2). Поэлементный анализ заданий Части 2:

Тематический блок	Содержание, проверяемое заданиями КИМ	Количество обучающихся, справившихся с заданием (%)		Усвоены элементы содержания	Элементы содержания, требующие отработки
		2004-2008 гг.	2009 г.		
Выражения и преобразования	**В6.** Вычисление значения тригонометрического выражения: $\dfrac{2\cos\frac{\pi}{10}}{ctg\frac{11\pi}{10}\cdot\sin\frac{\pi}{5}}$	17	27	основные тригонометрические тождества	формулы приведения; формулы двойного аргумента

Уравнения и неравенства	**B4.** Решение логарифмического уравнения: $\log_5(x+2)^3 =$ $= (\log_2(x+12)) \cdot \log_5(x+2)$	31	25	свойства логарифмов; определение логарифма числа; область определения логарифмической функции;	разложение выражения на множители; условие равенства произведения двух множителей нулю; отбор корней уравнения
	B8. Решение неравенства комбинированного типа: $2^{3-2x+x^2} \le 3+2x-x^2$	27	32	решение квадратного уравнения; решение простейшего показательного уравнения;	методы решения неравенств смешанного типа; свойства показательной функции; свойства квадратичной функции; свойства сложной функции; отбор решений
	C2. Решение неравенства комбинированного типа: найти все значения *x*, при которых произведение выражений положительно $\sqrt{2^{x+2}-4}$ и $5^{x^2-2x} - 5^{(x-1)^2+1} + 120$	14,5	23	решение простейшего показательного неравенства (уравнения); формулы сокращённого умножения; свойства степени; решение линейного неравенства (уравнения); решение квадратного неравенства (уравнения);	составление математической модели по условию; область существования арифметического квадратного корня; условие произведения двух выражений, одно из которых неотрицательно, вида $a \cdot b > 0$; метод интервалов; отбор решений; вычислительные навыки

Функции	**B5.** «Чтение» графика производной функции: 	28	44	определение вида монотонности функции по графику её производной; вычисление длины промежутка убывания	
	B7. Нахождение значений периодической функции: функция y=f(x) определена на множестве всех действительных чисел и является периодической с периодом 5; найти значение выражения $\frac{f(8)+2f(-12)}{4f(14)}$, если $f(-2)=-4$ и $f(-1)=1{,}5$	33	49	определение и свойства периодической функции	арифметические действия с рациональными числами
	C1. Применение геометрического смысла производной: найти абсциссы все точек графика функции $(x)=\frac{x^3}{3}-4^{\log_4(5-x)}$, касательные в которых параллельны прямой $y=37x$ или совпадают с ней	13,6	17,9	область определения логарифмической функции; основное логарифмическое тождество; таблица производных элементарных функций; правила дифференцирования; решение линейного уравнения	преобразование выражений; производная сложной функции; условие параллельности или совпадения прямых; геометрический смысл производной; отбор решений
Числа и вычисления	**B9.** Решение текстовой задачи на проценты: осенью цена на свеклу понизилась на 15% по сравнению с летом; на сколько процентов больше нужно продать свеклы осенью, чтобы выручка от её продажи увеличилась на 2% по сравнению с летом?	11,1	18		решение текстовой задачи на проценты; вычислительные навыки

Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	**B10.** Решение стереометрической задачи: радиус основания цилиндра равен 1, а высота равна $2\sqrt{6}$. Отрезки AB и CD - диаметры одного из оснований цилиндра, а отрезок AA_1 - его образующая. Известно, что $AD=\sqrt{3}$. Найдите косинус угла между прямыми A_1C и BD	7,3	13	теорема Пифагора; нахождение косинуса острого угла прямоугольного треугольника; свойства равнобедренного треугольника	понятие угла между скрещивающимися прямыми; признаки прямоугольника
	B11. Решение планиметрической задачи: площадь параллелограмма равна $4\sqrt{3}$, диагональ $BD=2\sqrt{3}$ и $\angle ADB=30^0$; найдите сторону CD	6,3	20	формула вычисления площади треугольника; значение тригонометрических функций основных углов	свойства площади многоугольника; вычислительные навыки

Задачи повышенного уровня части 2 в большей степени проверяют овладение навыками, сформированными на старшей ступени обучения (около 72%). Тем не менее, 28% проверяемых базовых математических ЗУН, сформированных в основной школе, существенно влияют на качество выполнения задач B4-B11 и C1-C2.

Данные таблицы 16 свидетельствуют о том, что обучающиеся 2009 г. продемонстрировали:

- осознанное усвоение математических понятий, в частности, свойств логарифма, таблицы производных элементарных функций;
- знание определения и свойств периодической функции;
- овладение способами решения уравнений, неравенств, изученных в курсе алгебры основной школы;
- неуверенное владение основными методами решения задач и их комбинаций;
- не достаточно сформированные умения использовать несколько приёмов при решении задач и переносить знания в изменённую ситуацию;
- неумение анализировать условие задачи;
- умение составлять математическую модель предложенной в условии задания ситуации;
- умение устанавливать связь между свойствами функции, её графиком и графиком её производной.

Выполнение заданий B9-B11 впервые учитывалось при выставлении экзаменационной отметки.

Наблюдается положительная динамика решения текстовой задачи и геометрических задач: результаты выше (на 6,9-9,7%) по сравнению с прошлыми годами.

При выполнении обучающимися заданий повышенного уровня сложности зафиксирован низкий уровень владения техникой:

- преобразования тригонометрических выражений (вероятно, основные затруднения вызваны незнанием основных тригонометрических формул);
- решения логарифмических уравнений (предположительно, не владение методом разложения выражения на множители);
- решения текстовой задачи на использование аппарата математического анализа (причина – непонимание условия задачи, незнание геометрического смысла производной и условия параллельности или совпадения прямых);
- нахождения множества решения неравенства смешанного типа, содержащего иррациональную и показательную функции.

Ниже (табл. 17) представлены сравнительные результаты выполнения типичных заданий части 2 за период эксперимента и введения ЕГЭ по математике в штатный режим.

Таблица 17

Результаты решения в Мурманской области в 2004-2009 гг.

Год	Текстовые задачи	Планиметрия	Стереометрия		Исследование свойств функции по графику её производной
			Часть 2	Часть 3	
2004	11%	7%	9%	2%	27%
2005	15%	6%	10%	3%	37%
2006	10%	7%	7%	1%	34%
2007	12%	9%	8%	2%	32%
2008	7,5%	2,7%	2,3%	0,3%	14,7%
2009	18%	20	13	3,6%	44%

Вышепредставленные результаты диктуют необходимость общеобразовательным учреждениям более тщательно подходить к отбору тематики и программ элективных курсов, а также эффективному распределению часов школьного компонента по предметам образовательной области «Математика». Обязательными в практике работы профильных классов должны быть курсы «Решение задач с параметрами», «Делимость чисел», «Использование свойств функций при решении задач», «Планиметрические и стереометрические методы решения геометрических задач», «Решение нестандартных задач» или «Решение конкурсных и олимпиадных задач»; для общеобразовательных классов ввести «Подготовительный факультатив», гуманитарных классов и классов вечерних (сменных) школ - практикум «Математические методы решения алгебраических задач».

При изучении и итоговом повторении курса основного общего и среднего (полного) общего образования по математике в 10-11 классах следует уделить особое внимание:

- рациональному использованию методов решения;
- планиметрии треугольника, многоугольников, окружности, применению векторного метода и метода преобразования фигур для решения задач;
- теме «Углы и расстояния в пространстве», при этом в ходе повторения следует решать не те задачи, которые предлагались обучающимся при первоначаль-

ном изучении этих понятий, а задачи, в решении которых используются все сведения о пространственных фигурах, изученных в курсе стереометрии;

- систематизации методов решения текстовых задач;
- использованию нескольких приёмов при решении комбинированных уравнений и неравенств;
- обобщению методов решения уравнений и неравенств;
- применению определений и свойств функций, заданных либо аналитически, либо графически;
- основам дифференциального исчисления, в частности, «чтению» графика производной функции, применению производной к исследованию функций, а также использованию геометрического и физического смысла производной.

Общая характеристика задач С1 и С2 и подходов к её решению

Задания С1 и С2 относятся к заданиям повышенного уровня. Во всех вариантах КИМ они были однотипными. Выпускники 11-х классов удовлетворительно овладели методами алгебры неравенств и дифференциального исчисления и достаточно формально усвоили основные математические определения и алгоритмы.

В КИМ-2009 условие задания С1 представлено в стандартной формулировке, а С2 сводилось к составлению математической модели задачи (неравенства). Максимальные 2 балла за верное решение задания С1 получило 12,4% обучающихся, С2 – 10,3%, а 1 балл за С1 – 6,5%, С2 – 12,7%. Это лучшие показатели результативности выполнения подобных заданий за все годы сдачи ЕГЭ.

Отметим, что критерии оценки выполнения заданий повышенного уровня С1 и С2, включённых в КИМ -2009, достаточно «жёсткие». Фактически баллы начисляются только в том случае, когда обучающиеся явно демонстрируют владение выбранными ими методами решения. Например, правильно проводят математические операции, исследуют все требуемые случаи, выполняют отбор соответствующих решений согласно условию задачи. За это выставляется 2 балла. При этом им даётся право только на описку и вычислительную ошибку. Это оценивается 1 баллом.

Ниже предлагается один из вариантов решения заданий повышенного уровня сложности части 2.

Задание С1: Найдите абсциссы всех точек графика функции $f(x)=\frac{x^3}{3}-4^{\log_4(5-x)}$, касательные в которых параллельны прямой $y=37x$ или совпадают с ней.

Решение:

1). Область определения функции f – промежуток $(-\infty;5)$. Упростим формулу, задающую функцию: $f(x)=\frac{x^3}{3}-4^{\log_4(5-x)}=\frac{x^3}{3}-5+x$ при $(-\infty;5)$.

2). Найдем производную: $f'(x)=x^2+1$.

$f'(x)=37$ при $x=-6\,(6\notin(-\infty;5))$

Возможно, что область определения функции f не найдена в явном виде, но произведён отбор корней уравнения $f'(x)=37$.

Ответ: 6.

Рекомендуется уделять внимание не формальному усвоению:

1. Алгоритма решения задачи на нахождение абсциссы точки касания с использованием геометрического смысла производной:

- нахождение области определения функции;
- упрощение формулы, задающей функцию;
- нахождение производной функции;
- использование условия параллельности или совпадения (перпендикулярности) прямых;
- применение геометрического смысла производной функции;
- нахождение абсциссы точки касания;
- отбор решений.

2. Определений основных характеристик – свойств функции;
3. Таблицы производных и правил дифференцирования, в том числе и сложной функции.

<u>Задание С2</u>: Найдите все значения *x*, при каждом из которых произведение выражений положительно $\sqrt{2^{x+2}-4}$ и $5^{x^2-2x}-5^{(x-1)^2+1}+120$.

<u>Решение</u>:

1) $\sqrt{2^{x+2}-4}\cdot(5^{x^2-2x}-5^{(x-1)^2+1}+120)>0.$

2) Т.к. $\sqrt{2^{x+2}-4}\geq 0$ на его области определения, то

$$\sqrt{2^{x+2}-4}\cdot(5^{x^2-2x}-5^{(x-1)^2+1}+120)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2}-4>0 \\ 5^{x^2-2x}-5^{(x-1)^2+1}+120>0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2>2 \\ -24\cdot 5^{x^2-2x}>-120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^2-2x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0<x<1+\sqrt{2}.$$

<u>Ответ</u>: $(0;1+\sqrt{2})$.

Следует целенаправленно формировать на уроках математики умения:

- составлять математическую модель по условию задачи;
- проводить равносильные преобразования;
- применять общие и частные приёмы при решении как алгебраических, так и трансцендентных уравнений и неравенств.

Анализ выполнения заданий части 3

Задания высокого уровня сложности в части 3 в соответствии с такими же общими критериями, как и в 2003-2008 гг., оценивались от 0 до 4 баллов максимально. 3,6% обучающихся справились с заданиями С3-С5, что на 1% выше по сравнению с предыдущим годом.

Проверяемые элементы содержания и виды деятельности в части 3:

- умение решать задание с параметром;
- умение решать стереометрическую задачу;
- умение решать уравнение комбинированного типа.

Общая характеристика задачи С3 и подходов к её решению

В задаче С3 даны промежуток и функция, зависящие от параметра. Требуется найти такие значения параметра, при которых выполнено определённое условие (своё в каждом конкретном варианте задачи), например:

- хотя бы одно значение функции принадлежит промежутку;
- хотя бы одно значение функции не принадлежит промежутку;
- все значения функции принадлежат промежутку;
- ни одно значение функции не принадлежит промежутку и т.п.;

Наиболее рациональным способом решения задачи, по-видимому, является следующий:

1) найти область значений данной функции – она оказывается промежутком, один из концов которого зависит от параметра;

2) определить, как расположена найденная область относительно данного промежутка и какое условие на её нефиксированный конец необходимо и достаточно наложить, чтобы выполнялось требование задачи;

3) решить полученное неравенство относительно параметра, которое сводится к квадратному.

Перечисленные шаги предполагают проявление у обучающегося следующих умений и навыков:

1. Умение проанализировать конкретное выражение на предмет того, какие значения оно принимает при изменении конкретной переменной. Так если функция задаётся формулой $y(x)=1+2^{a-5x^2}$, то её анализ может выглядеть примерно так:

- при $x^2=0$ показатель $a-5x^2$ принимает своё наибольшее значение, равное a;
- при увеличении x^2 от 0 до ∞ показатель $a-5x^2$ убывает от a до $-\infty$ (пробегая все промежуточные значения);
- при этом изменении сама степень 2^{a-5x^2} пробегает все значения от 2^a до 0 (последнее значение степень не принимает, к нему она лишь приближается);
- таким образом, область значений функции $y(x)=1+2^{a-5x^2}$, есть промежуток $E(y)=(1;1+2^a]$.

Вполне допустимо, что обучающийся проводил описанный выше анализ в уме, а в работе записывал лишь результат.

2. Умение расположить найденный и данный промежутки на числовой прямой и понять, какое геометрическое свойство их расположения означает выполнение требования задачи, сформулированного на логическом языке. Пусть, например, требуется, чтобы хотя бы одно значение той же функции $y(x)=1+2^{a-5x^2}$ принадлежало промежутку $(7-2^{3-a};9)$:

- левый конец - число 1 промежутка $E(y)=(1;1+2^a]$ лежит заведомо левее правого конца 9 данного промежутка;
- для того чтобы хотя бы одно число из первого промежутка попало во второй промежуток, необходимо и достаточно чтобы они «зацепились» другими своими кон-

цами, т.е. чтобы правый конец первого оказался строго правее левого конца второго, иными словами, чтобы выполнялось неравенство $1+2^a > 7-2^{3-a}$.

3. Наличие навыков в решении неравенств, а именно:

- в сведении полученного неравенства к квадратному относительно некоторого стандартного выражения (к примеру, полученное выше неравенство после умножения на 2^a становится квадратным относительно этого множителя);
- в решении квадратного неравенства и доведении его до окончательного ответа (до простейших условий на исходную неизвестную).

Решение одного из вариантов задачи С3 и критерии оценки выполнения данного задания:

<u>Задание С3</u>: Найдите все значения a, при каждом из которых хотя бы одно значение функции $y(x)=1+2^{a-5x^2}$ принадлежит промежутку $(7-2^{3-a};9)$.

<u>Решение</u>:

1) область значений данной функции – промежуток $E(y)=(1;1+2^a]$;

2) найденный промежуток пересекается с заданным тогда и только тогда, когда $1+2^a > 7-2^{3-a}$;

3) полученное неравенство равносильно следующему

$$2^{2a}-6\cdot 2^a+8>0 \Leftrightarrow (2^a-2)(2^a-4)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^a<2 \\ 2^a>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<1 \\ a>2 \end{array}\right..$$

<u>Ответ</u>: $a<1, a>2$.

<u>Замечание</u>:

Степень подробности предложенного решения достаточна для получения максимальной оценки. При этом в работах обучающихся:

1) нахождение необходимого и достаточного условия на параметр сопровождалось рисунками, иллюстрирующими различные варианты расположения промежутков на числовой оси;

2) искомые значения параметра были получены из условия, что при них должно существовать хотя бы одно решение двойного неравенства $7-2^{3-a}<1+2^{a-5x^2}<9$.

<u>Критерии оценки выполнения задания С3</u>:

4 балла – обоснованно получен верный ответ;

3 балла – получен ответ, возможно, неточный (т.е. отличающийся от верного заменой строгих неравенств нестрогими); обоснование ответа, возможно, содержит некоторые неточности или пробелы (например, неверно объяснено или не указано, какие значения принимает данная функция);

2 балла – получено необходимое и достаточное условие на параметр в виде неравенства (возможно, неточного), но оно не решено или решено неверно;

1 балл – в решении есть некоторые продвижения, например, найдена область значений данной функции или приведено только достаточное условие $(1+2^a \geq 9)$ на параметр или противоположное необходимому и достаточному;

0 баллов – все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1-4 балла.

Возможные варианты решений обучающимися задачи С3:

Решение на 3 балла:

Условие задачи выполнено тогда и только тогда, когда

$$1+2^a>7-2^{3-a}\Leftrightarrow 2^{2a}-6\cdot 2^a+8\ge 0\Leftrightarrow (2^a-2)(2^a-4)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^a\le 2\\2^a\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a\le 1\\a\ge 2\end{array}\right..$$

Ответ: $a\le 1, a\ge 2.$

В приведённом решении получен неточный ответ: в нём строгие неравенства заменены на нестрогие. Это произошло из-за неточности в неравенстве на параметр. Кроме того, из текста решения не усматривается, почему записанное неравенство достаточно для выполнения условия задачи (нужна какая-то информация о других концах исследуемых промежутков).

Решение на 2 балла:

Пользуясь свойствами квадратичной и степенной функций, получаем область значений данной функции $E(y)=(1;1+2^a]$. Она имеет общую точку с промежутком $(7-2^{3-a};9)$ тогда и только тогда, когда

$$1+2^a>7-2^{3-a};\ 2^{2a}-7\cdot 2^a-8>0;\ (2^a-8)(2^a+1)>0;\ 2^a>8;\ a>3.$$

Ответ: $a>3.$

Ответ неверен из-за арифметической ошибки при решении неравенства, которое составлено верно. Приведено даже некоторое объяснение того, как получена область значений данной функции.

Решение на 1 балл:

Учитывая, что наибольшее значение функции равно $1+2^a$ получаем, что условие задачи выполнено, когда $1+2^a\ge 9\Leftrightarrow 2^a\ge 8\Leftrightarrow a\ge 3.$

Ответ: $a\ge 3.$

В этом решении получено неверное неравенство на параметр, точнее, оно является лишь достаточным, но не необходимым для выполнения требования задачи. Однако обучающийся был на верном пути и данное решение можно считать некоторым продвижением.

Решение на 3 балла (основано на другой идее):

По условию нужно, чтобы существовало хотя бы одно решение неравенства

$$7-2^{3-a}<1+2^{a-5x^2}<9\Leftrightarrow \log_2(6-2^{3-a})<a-5x^2<3\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a-3<5x^2<a-\log_2(6-2^{3-a}).$$

Имеем

$$a-\log_2(6-2^{3-a})>0\Leftrightarrow 2^a>6-2^{3-a}\Leftrightarrow 2^{2a}-6\cdot 2^a+8>0\Leftrightarrow (2^a-2)(2^a-4)>0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^a<2\\2^a>4\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a<1\\a>2\end{array}\right..$$

Ответ: $a<1, a>2.$

Ответ и метод решения – верны. Однако переход от двойного неравенства к неравенству, дающему ответ, недостаточно обоснован в тексте решения. Действительно, почему одной лишь положительности правой части двойного неравенства доста-

точно для существования хотя бы одного его решения? Это следует из оценок $a-3<a-\log_2 6<a-\log_2(6-2^{3-a})$ и $5x^2\geq 0,$ о которых и требовалось упомянуть.

Общая характеристика задачи С4 и подходов к её решению

Описание конфигурации:

Задания С4 в вариантах КИМ в июне 2009 года по своей структуре несколько отличаются от задач С4 предшествующих лет, начиная с 2003 года и по настоящее время. Ранее предлагалась некоторая комбинация (конфигурация), как правило, двух фигур, и требовалось найти какую-либо её числовую характеристику. В этом году рассматривается одна фигура – прямоугольный параллелепипед, в котором предлагается найти точное расположение двух пересекающихся прямых, а затем вычислить тригонометрическую функцию угла, образованного прямой, связанной с данными прямыми определённым образом, и плоскостью грани данного параллелепипеда. При обосновании решения надо было использовать известный факт: две пересекающиеся прямые лежат в одной плоскости. Вычислительная часть задания проста и связана с двумя важнейшими геометрическими понятиями – подобием треугольников и понятием угла между прямой и плоскостью.

Методы решения:

Первый способ – геометрический - основан на том, что две пересекающиеся прямые лежат в одной плоскости. Построение этой плоскости является ключевым моментом решения. Для определения точного расположения этих прямых одного построения указанной плоскости недостаточно. Требуется дополнительно рассмотреть две пары подобных треугольников, коэффициенты подобия которых позволяют полностью характеризовать положение заданных пересекающихся прямых.

Второй способ – векторно-координатный. В этом случае обучающиеся задавали параметрические уравнения прямых и, опираясь на то, что эти прямые пересекаются, получали точные координаты двух точек, через которые проходит одна из этих прямых.

Предложенные далее решения задач С4 из вариантов КИМ-2009 и соответствующие им критерии оценивания решений обучающимися написаны, исходя из первого способа, описанного выше. Этот приём является более распространённым, поскольку параметрические уравнения прямых в пространстве изучаются только в классах с углублённым изучением математики.

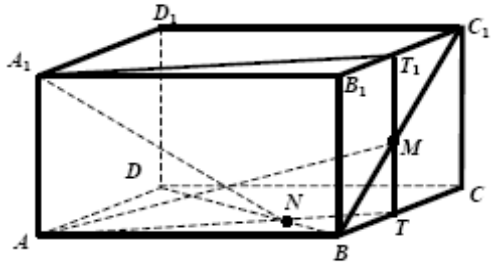
Ниже приводится решение одного из вариантов задачи С4 с помощью первого способа и критерии оценки выполнения данного задания:

Задание С4: Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1,\ AB=1,\ AD=3,\ AA_1=4.$

Точка M лежит на отрезке BC_1, точка N лежит на отрезке BD, прямые AM и A_1N пересекаются.

Определите тангенс угла между прямой AM и плоскостью ADD_1 если $BN:ND$ = 2:5.

Решение:



1. По условию прямые AM A_1N пересекаются, поэтому точки A, M, N, A_1 лежат в одной плоскости – плоскости α. Плоскость α проходит через прямую AA_1, которая параллельна плоскости BC_1C. Поэтому плоскость α пересекает плоскость BC_1C по прямой TT_1, параллельной прямой AA_1, где точки T и T_1 лежат на ребрах BC и B_1C_1 соответственно. Точка M диагонали BC_1 по условию лежит в плоскости α, поэтому точка M должна лежать также на линии пересечения плоскостей BC_1C и TAA_1, то есть M – точка пересечения диагонали BC_1 с прямой TT_1.

2. В параллелепипеде плоскости противоположных граней параллельны, поэтому угол между прямой AM и плоскостью ADD_1 равен углу между прямой AM и плоскостью BCC_1. В данном параллелепипеде $AB \perp BCC_1$. Поэтому прямая BC_1 - проекция прямой AM на плоскость BCC_1 и, значит, следует найти тангенс угла AMB. Пусть $\angle AMB = \beta$, тогда $tg\beta = \dfrac{AB}{BM}$.

3. Треугольники BTN и DAN подобны с коэффициентом подобия $k=BN:ND=2:5$, поэтому $BT=\frac{2}{5}AD = 1{,}2$. Треугольники BTM и BCC_1 подобны с коэффициентом подобия $k=BT:BC=2:5$, поэтому $BM = \dfrac{2}{5}BC_1 = \dfrac{2\sqrt{3^2+4^2}}{5} = 2$. Отсюда $tg\alpha = \dfrac{1}{2}$.

Ответ: 0,5.

Оценивание решения задачи С4.

Отметим, что в 2009 году конкретизированные критерии оценивания решений обучающимися отличаются от критериев, использовавшихся в предыдущие годы. Эти критерии привязаны не к способу решения задачи, а к самой задаче, что позволило экспертам оценить решения обучающимися, не сравнивая их с предложенным разработчиком КИМов. Такое изменение подхода к содержанию критериев сделало их более универсальными, поскольку обычно решения выпускников не совпадали с предложенными экспертам.

Как и во все предыдущие годы, для получения самой высокой оценки – **4 баллов** требуется 1) провести обоснование геометрических свойств данной фигуры (этих ключевых свойств, позволяющих получить искомый результат, в задачах С4 , как правило, два) и 2) выполнить безошибочные вычисления, приводящие к

правильному ответу. При этом не допускаются ошибки в обоснованиях и вычислениях.

Именился подход и к оцениванию решения на **3 балла:** обоснования могут содержать пробелы или вовсе отсутствовать (например, не описано сечение параллелепипеда плоскостью α), но при этом должны быть выполнены безошибочные вычисления, приводящие к правильному ответу, и получен верный ответ.

Без изменения остались требования для получения 2-0 баллов:

2 балла: приведены верные вычисления не всех требуемых отношений и длин (например, найдено отношение *BT* : *BC* и длина *MT*); окончательный ответ не получен или неверен;**1 балл**: приведено верное вычисление только одного из требуемых отношений или только одной из требуемых длин; **0 баллов**: все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 104 балла.

Возможные варианты решений обучающимися задачи С4:

Решение на 3 балла:

1) $\Delta BMT \sim \Delta BCC_1$. Отсюда $\frac{BM}{BC_1} = \frac{BT}{BC} = \frac{BT}{AD} = \frac{BN}{ND} = \frac{2}{5}$. $BC_1 = \sqrt{9+16} = 5$, $BM = \frac{2}{5} \cdot 5 = 2$.

2) Угол между прямой *AM* и плоскостью ADD_1 равен углу AMB, $tg(\angle AMB) = \frac{AB}{BM} = \frac{1}{2}$.

Ответ: 0.5.

Обоснования отсутствуют. Приведены вычисления всех отношений, требуемых для получения ответа, получен верный ответ. Выполнены все условия критериев для выставления 3 баллов.

Решение на 2 балла:

1) Прямые *AM* и A_1N лежат в плоскости AA_1N.

2) $\Delta ADN \sim \Delta TBN$. Отсюда $\frac{AD}{TB} = \frac{ND}{BN} = \frac{5}{2}$, $MT = \frac{2}{5}CC_1 = \frac{8}{5}$, $AT = \sqrt{1+BT^2}$.

Вычислены значения не всех величин, необходимых для получения верного ответа. Ответ не получен.

Решение на 1 балл:

1) Прямые *AM* и A_1N лежат в плоскости AA_1N. Сечение AA_1T_1T - прямоугольник.

2) $\Delta ADN \sim \Delta TBN$, $\frac{AD}{TB} = \frac{ND}{BN} = \frac{5}{2}$.

Вычислено только одно из отношений, требуемых для получения верного ответа. Решение не завершено.

Общая характеристика задачи С5 и подходов к её решению

В задаче С5 требуется решить данное уравнение, с виду не стандартное.

1. В нём при внимательном изучении усматриваются устойчивые или визуально сходные друг с другом выражения. Например, в уравнении $x^{12}-(7-6x)^6=35\sin|7-6x|-35\sin(x^2)$ дважды упоминается каждый из фрагментов $7-6x$ и 35sin. Если преобразовать его к виду $x^{12}+35\sin(x^2)=(7-6x)^6+35\sin|7-6x|$, то можно заметить что и левая, и правая часть полученного уравнения представляют собой одну и ту же функцию, но от разных выражений. Эта функция может быть введена по-разному, но наиболее эффективным является следующий вариант: $f(t)=t^2+35\sin t,\ t\ge 0,$ при котором уравнение намного упрощается $f(x^2)=f(|7-6x|).$

2. Совершенно ясно, что это уравнение заведомо выполняется в ситуации, когда справедливо равенство $x^2=|7-6x|,$ которое даёт несколько корней. Есть ли ещё какие-либо пригодные ситуации? Вопрос пока открыт. Более точно он ставится так: вытекает ли из равенства значений функции *f* равенство значений аргументов?

3. Для положительного ответа на этот вопрос хорошо было бы, если бы функция *f* была монотонной.

- но ведь она составлена из двух слагаемых: первое, равное t^2, - возрастает при $t\ge 0,$ а второе, равное $35\sin t$, - колеблется, причём периодически; создаётся впечатление, что эта функция немонотонна;
- с другой стороны, при больших значениях *t* первое слагаемое растёт, причём тем быстрее, чем больше *t*, поэтому немонотонность второго слагаемого становится несущественной;
- в довершение заметим, что при достаточно малых *t* растёт и первое, и второе слагаемое, а с ним и вся сумма.

Таким образом, можно предположить, что функция возрастает на всей её области определения. Теперь дело за доказательством.

Решение этой нестандартной задачи требует творческого применения полученных знаний, а не просто умения механически воспроизводить готовые алгоритмы. Однако вдумчивый, эрудированный или просто достаточно хорошо подготовленный выпускник вполне способен самостоятельно отыскать способ её решения.

Ниже приводится решение одного из вариантов задачи С5 с помощью первого способа и критерии оценки выполнения данного задания:

Задание С5: Решите уравнение $x^{12}-(7-6x)^6=35\sin|7-6x|-35\sin(x^2).$

Решение:

1) уравнение приводится к виду

$x^{12}+35\sin(x^2)=(7-6x)^6+35\sin|7-6x|\Leftrightarrow f(x^2)=f(7-6x),$ где $f(t)=t^6+35\sin|t|;$

2) функция *f* – чётная и при $t>0$ имеет следующую производную

$$f'(t)=\begin{cases}6t^5+35\cos t>0+0=0,\ 0<t\le 1{,}5\\ 6t^5+35\cos t>6\cdot 6-35>0,\ t>1{,}5\end{cases}$$

поэтому $f'(t) > 0$ при всех $t > 0$, следовательно функция f возрастает на положительной полуоси, а значит, каждое своё значение она принимает ровно в двух симметричных относительно нуля точках;

3) данное уравнение равносильно следующему:

$$x^2 = \pm(7-6x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} x = 3 \pm \sqrt{2} \\ (x-1)(x+7) = 0 \end{array}\right..$$

Ответ: $1; -7; 3 \pm \sqrt{2}.$

Степень подробности предложенного решения достаточна для получения максимальной оценки. При этом решению можно придать большую наглядность с помощью схематического графика рассмотренной функции (которая, в силу непрерывности, возрастает и при $t \geq 0$, но явного указания этого свойства в работах обучающихся не требуется).

Критерии оценки выполнения задания С5:

4 балла – обоснованно получен верный ответ;

3 балла – получен верный ответ, но его обоснование содержит неточности или пробелы (например, объявлено, но не доказано строго, что функция возрастает на положительной полуоси);

2 балла – выписаны и решены оба квадратных уравнения, приводящие к верному ответу, возможно, без обоснования и с арифметическими ошибками;

1 балл – выписано и решено одно из двух квадратных уравнений, приводящих к верному ответу, возможно, без обоснования и с арифметическими ошибками;

0 баллов – все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1-4 балла.

Введённая в решении функция *f* несколько отличается от описанной ранее: она определена на всей оси (а не на положительной полуоси) и к тому же – чётная. Большая часть обучающихся вводила и исследовала такую функцию, поэтому именно с ней связано предложенное решение.

Для доказательства возрастания функции f при $t \geq 0$ потребовалось исследовать знак её производной, по-другому этот факт установить нельзя.

Возможные варианты решений обучающимися задачи С5:

Решение на 3 балла:

Преобразуем уравнение

$$x^{12} + 35\sin(x^2) = (7-6x)^6 + 35\sin|7-6x|; \;\; f(x^2) = f(|7-6x|),$$

где $f(t) = t^6 + 35\sin t,\; t \geq 0.$ Из графика функции f видно [*в работе ученика приводится график некоторой возрастающей функции*], что она возрастает, поэтому имеем

$$x^2 = |7-6x|; \;\; x^2 = \pm(7-6x); \left[\begin{array}{c} x = 3 \pm \sqrt{2} \\ (x-1)(x+7) = 0 \end{array}\right..$$

Ответ: $x = 1, -7, 3 \pm \sqrt{2}.$

В приведённом решении получен верный ответ. При этом совершенно справедливо утверждается и используется, но не доказывается, что введённая

функция возрастает (ссылка на график в расчёт не принимается, так как не обосновано, почему график – именно такой).

Решение на 2 балла:

$x^{12}+35\sin(x^2)=(7-6x)^6+35\sin|7-6x|.$

Очевидно, что уравнение выполнено, когда

$x^2=|7-6x|;$

1) $7-6x\geq 0:$

$x^2=7-6x;\ x^2+6x-7=0;\ x_1=-7, x_2=1.$

2) $7-6x<0:$

$x^2=-7+6x;\ x^2-6x+7=0;\ D=3^2-4\cdot 7=12<0,$ корней нет.

Ответ: $1;-7.$

При рассмотрении представленного решения ответ неверен из-за арифметической ошибки при подсчёте дискриминанта. Есть и неточность: для корней, полученных в первом случае раскрытия модуля, не проверено выполнение неравенства $7-6x\geq 0$ (возможно, это сделано в уме?). Однако в решении есть сильное продвижение: записаны и решены оба квадратных уравнения (правда, одно – с арифметическими ошибками), приводящие к верному ответу.

Решение на 1 балл:

$x^{12}+35\sin(x^2)=(7-6x)^6+35\sin|7-6x|;$

$x^2=7-6x;\ x^2+6x-7=0;\ x_1=-7, x_2=1.$

Ответ: $1;-7.$

Ответ неверен из-за логической ошибки: записано лишь одно квадратное уравнение, обеспечивающее выполнение исходного уравнения (второе квадратное уравнение даже не упомянуто).

Основные недочёты, допущенные обучающимися при решении задания С5:

1) сделан без доказательства вывод о возрастании функции $y = t^2 + A\sin t$;

2) частично правильный ответ был получен подбором без проведения исследования функции.

При подготовке выпускников к решению задач С3-С5 рекомендуется:

1) При планировании времени на изучение содержания математического образования в учебной программе и в содержании математических курсов инвариантной части учебного плана включить или перераспределить часы на изучение следующих содержательных линий:

- решение уравнений, неравенств, систем, содержащих переменную под знаком модуля;
- методы решения задач с параметрами, в том числе координатно-параметрический метод;
- методы доказательства неравенств;
- углы и расстояния в пространстве;
- конфигурации многогранников, тел вращения;
- числовые последовательности;

- нестандартные методы решения задач;
- решение конкурсных и олимпиадных задач.

2) Отработать теоретический материал для обоснованного решения задач, либо на уровне применения свойств и формул для проведения вычислений, а также для распознавания различного вида фигур или их комбинаций: основные теоремы планиметрии (теоремы Пифагора, синусов, косинусов, геометрия окружностей (свойства касательных, секущих, хорд), четырёхугольников (свойства и формулы для вычисления площадей), многогранников и тел вращения (формулы для нахождения площадей поверхностей и объёмов), и т.д.

3) Спланировать систему упражнений по формированию умений выполнять геометрические построения.

4) Отработать аппарат стандартных базовых вычислений геометрических плоскостных и стереометрических конфигураций: равенство и подобие треугольников, нахождение тригонометрических функций острого угла в прямоугольном треугольнике, равновеликость и равносоставленность фигур, расстояния от точки до плоскости, между параллельными плоскостями, между скрещивающимися прямыми, углы между прямой и плоскостью, между плоскостями.

5) Увеличить долю задач на комбинацию нескольких тел и соотношения между характеристиками частей одного тела.

6) Расширить спектр типов и методов решения задач, позволяющих осуществлять перенос стандартных умений в измененную ситуацию.

Выводы и рекомендации

Результаты 2009 года показали значительные различия в достижении обучающимися требований Федерального компонента государственных образовательных стандартов по математике: качество базовой подготовки - 79.2% (от 23 до 95%), с заданиями повышенного уровня В4-В11 справились 26,9% (от 13 до 49%), из них с алгебраическими задачами повышенного уровня (С1 и С2) - 20,45%; высокого уровня (С3 и С5) – 3,6%. Уровень геометрической подготовки существенно вырос по сравнению с прошлыми годами и составляет 16,5% (повышенный уровень), 3,6% (высокий уровень). При интерпретации этих данных следует иметь в виду, что выполнение заданий В9-В11 впервые учитывалось при выставлении экзаменационной отметки.

Наблюдается положительная динамика решения не только геометрических задач, но и текстовых (рост соответствующего показателя – на 7%), выполнения тождественных преобразований (результаты выше на 14%), владения функционально-графической компонентой содержания математического образования (процентное увеличение – 13%). Наблюдается также тенденция роста математической компетентности применения обучающимися своих знаний в новой нестандартной ситуации при решении заданий высокого уровня сложности.

Однако ЕГЭ высветило ряд проблем:

1) 77% обучающихся не решили задачу базового характера практико-ориентированной направленности (в 2009 г. усилена геометрическая, в частности стереометрическая, составляющая работы: включена арифметическая задача практического характера со стереометрическим сюжетом);

2) у 72% обучающихся вызвали затруднения неравенства комбинированного типа и у 75% - логарифмические уравнения, хотя данные задания неоднократно встречались в КИМах и включены в профильные УМК;

3) 73% не владеют техникой преобразования тригонометрических выражений.

Рекомендации

I. При организации учебного процесса, в том числе итогового повторения, учителям математики **акцентировать внимание на отработку следующих элементов содержания**:

- рациональные приёмы выполнения тождественных преобразований; методы и приёмы аппарата уравнений, неравенств, систем, как основного средства математического моделирования прикладных задач;
- комбинированные задачи, для решения которых требуются знания по нескольким темам, и задачи с нестандартными формулировками;
- усиление практической направленности в применении изучаемых математических понятий и различных математических моделей для разрешения математических проблем и проблем, близких к реальным;
- стохастического компонента содержания: задачи статистического, комбинаторного, вероятностного характера.

II. Для проверки компетентности обучающихся **использовать** два типа **задач** – чисто математические и **контекстные (практико-ориентированные)**, у которых контекст (описание ситуации, сопровождающееся рисунками, схемами, графиками, статистическими данными и т.д.) обеспечивает подлинные условия для использования математики при решении, оказывает влияние на решение и его интерпретацию. Не исключается использование задач, у которых условие является гипотетическим, если оно не слишком отдалено от реальной ситуации.

III. **Создание педагогом эффективной системы образовательного мониторинга** на основе результатов систематического анализа учебной деятельности на уроке математики по следующим направлениям:

1. Мониторинг определения обобщённых единых показателей по основным содержательным линиям курса математики.
2. Мониторинг результатов учебного процесса по предмету по методике П.И. Третьякова и И.Б. Сенновского.
3. Таксономия учебных задач как основа квалиметрического обеспечения мониторинга качества образования по методике Д. Толлингеровой.
4. Диагностика компонентов математических способностей обучающихся.
5. Мониторинг сформированности навыков решения контекстных задач.

IV. Для подготовки к экзамену в форме ЕГЭ по математике **использовать** следующие **учебно-методические пособия**:

1. Локоть В.В., Мартынов О.М. Решение заданий ЕГЭ по математике (алгебра, начала анализа). Учебное пособие. Часть 1.
2. Локоть В.В., Мартынов О.М. Решение заданий ЕГЭ по математике (геометрия). Учебное пособие. Часть 2.
3. Лысенко Ф. Ф. Алгебра и начала анализа. Тесты для промежуточной аттестации. 10 класс.
4. Лысенко Ф.Ф. Математика. ЕГЭ 2009. Тематические тесты.
5. Лысенко Ф.Ф. Вступительные испытания по математике. ЕГЭ 2009.

6. Шестаков С.А. Сборник задач для подготовки и проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.

7. Кулагин Е.Д., Федин С.Н. Сборник задач по геометрии, 10-11.

8. Денищева Л.О., Карюхина Н.В., .Миндюк М.Б. Тематический контроль по алгебре и началам анализа.

9. Ткачук В.В. Математика абитуриенту.

10. Зив Б.Г. Алгебра и начала анализа: тесты для 10-11классов.

V. Для проведения практикумов и тренингов рекомендуется **использовать учебно-тренировочные материалы, размещённые на сайтах** www.fipi.ru.; www.mioo.ru.

VI**. Проинформировать обучающихся 11-х классов 2009/10 учебного года о возможном введении новой модели экзаменационной работы ЕГЭ по математике в 2010 году и изменениях системы оценивания заданий с развёрнутым ответом. Ознакомить их с демонстрационным вариантом КИМа ЕГЭ 2010 г., его спецификацией, кодификатором элементов содержания и кодификатором требований к уровню подготовки выпускников по математике 2010 г., а также с открытым банком заданий, на основе которого формируются варианты ЕГЭ**. В связи с этим учителям математики на уроках

- увеличить число заданий с кратким и развёрнутым ответом в связи с исключением из экзаменационной работы заданий с выбором ответа;
- усилить внимание к преподаванию курса геометрии в связи с увеличением доли задач по формированию умений выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- увеличить количество заданий на проверку общематематических компетенций обучающихся;
- усилить внимание к преподаванию стохастической линии с возможным включением только заданий, предполагающих анализ данных, представленных в табличной или графической форме;
- увеличить число заданий на проверку сформированности умений использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Анализ результатов единого государственного экзамена по информатике

1. Общая характеристика контрольных измерительных материалов по информатике и ИКТ 2009 года

Существенных изменений в КИМах 2009 г. по сравнению с 2008 г. нет, за исключением того, что две задачи (в 2008 году – А2 и А6) были перенесены из части 1 (А) в часть 2 (В). Тематика заданий и уровень сложности заданий остался прежним.

Всего заданий – 32, из них по типу заданий: А – 18, В – 10, С – 4; по уровню сложности: Б – 17, П – 10, В – 5. Максимальный первичный балл за работу – 40.

На уровне воспроизведения знаний проверяется такой фундаментальный теоретический материал, как: единицы измерения информации; принципы кодирования; системы счисления; моделирование; понятие алгоритма, его свойств, способов записи; основные алгоритмические конструкции; основные элементы программирования; основные элементы математической логики; основные понятия, используемые в информационных и коммуникационных технологиях.

Задания на проверку сформированности умений применять свои знания **в стандартной ситуации** входят во все три части экзаменационной работы. Это следующие умения: подсчитывать информационный объём сообщения; осуществлять перевод из одной системы счисления в другую; осуществлять арифметические действия в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления; использовать стандартные алгоритмические конструкции при программировании; формально исполнять алгоритмы, записанные на естественных и алгоритмических языках, в том числе на языках программирования; создавать и преобразовывать логические выражения; формировать для логической функции таблицу истинности и логическую схему; оценивать результат работы известного программного обеспечения; формулировать запросы к базам данных и поисковым системам.

Задания на проверку сформированности умений применять свои знания **в новой ситуации** также входят во все три части экзаменационной работы. Это следующие сложные умения: решать логические задачи; анализировать текст программы с точки зрения соответствия записанного алгоритма поставленной задаче и изменять его в соответствии с заданием; реализовывать сложный алгоритм с использованием современных систем программирования.

2. Основные результаты экзамена по информатике и ИКТ 2009 года

ЕГЭ по информатике проводился в Мурманской области в третий раз. В 2007 году в нём приняли участие 14 выпускников, в 2008 году – 149, в 2009 количество участников увеличилось в 3,7 раза и составило 548 обучающихся (10,3% от общего количества выпускников 2009 г., в том числе 3,65% составили выпускники прошлых лет, НПО и СПО).

Обобщённые результаты выполнения участниками ЕГЭ по информатике экзаменационной работы в 2009 году представлены в таблице 1.

Таблица 1

Процент обучающихся, набравших				Средний балл	
ниже минимального балла (0-35)		минимальный балл и выше (36-100)			
Мурманская область	Россия	Мурманская область	Россия	Мурманская область	Россия
3,1	11,4	96,9	88,6	62,7	56,1

Из представленных статистических данных можно сделать вывод о том, что процент обучающихся, преодолевших минимальный порог баллов ЕГЭ по информатике, в Мурманской области выше, чем в среднем по России, на 8,3%, средний балл выше на 6,6 баллов. Необходимо отметить, что интервал среднего балла выполнения экзаменационной работы в различных муниципалитетах Мурманской области от 33,0 до 74,8 (выпускники дневных ОУ 2009 г.), от 20 до 68,5 (выпускники прошлых лет).

Более подробная информация о результатах экзамена по группам представлена в таблице 2:

Таблица 2

Группа обучающихся	Кол-во человеко-экзаменов	100 баллов	От 91 до 99 баллов	От 71 до 90 баллов	От 51 до 70 баллов	От мин. балла до 50	Ниже мин. балла	Средний балл
Обучающиеся дневных ОУ	523	1	8	158	275	68	13	63,1
Выпускники прошлых лет	14	0	0	4	6	1	3	56,8
Выпускники вечерних школ (классов)	5	0	0	0	1	3	1	45,4
Выпускники НПО и СПО	6	0	0	1	2	3	0	63,1
Всего по Мурманской области:	548	1	8	163	284	75	17	62,7

Как видно из приведенной таблицы, большинство участников ЕГЭ набрали от 51 до 70 баллов, что свидетельствует об усвоении ими основного содержания школьного курса информатики. Результаты выполнения заданий ЕГЭ по информатике в 2009 г. представлены в таблице 3.

Таблица 3

Количество выпускников, сдававших экзамен	548
Количество выпускников, не решавших часть С, (в %)	16,42
Количество выпускников, получивших ноль баллов за выполнение заданий части С, (в %)	23,18
Количество выпускников, получивших более 90 баллов	9
Количество выпускников, получивших более 90 баллов, (в %)	1,64
Количество выпускников, не набравших миним. балл (в %)	3,10
Максимально набранный на экзамене балл	100
Минимально набранный на экзамене балл	14
Количество выпускников, получивших 100 баллов	1

3. Анализ результатов выполнения экзаменационной работы по информатике по темам (разделам) курса

Информация и ее кодирование

Проверке знаний и умений по этому разделу содержания курса информатики посвящено 8 заданий, из которых пять - с выбором ответа и три - с кратким ответом. Пять заданий относятся к базовому уровню сложности, три - к повышенному. В таблице 4 представлены проверяемые элементы содержания данного раздела, а также процент правильного выполнения заданий различного уровня сложности.

Таблица 4

№	КИМ	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	% правильного выполнения заданий	
				2008	2009
		Часть 1			
1	А1	Кодирование текстовой информации. Кодировка ASCII. Основные используемые кодировки кириллицы	Б	80	90,4
3	А2	Умение подсчитывать информационный объем сообщения	П	59	29,2
4	А3	Знания о системах счисления и двоичном представлении информации в памяти компьютера	Б	77	79,2
5	А4	Умения выполнять арифметические операции в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления	*Б*	77	79,8
7	А11	Умение кодировать и декодировать информацию	Б	93	89,7
		Часть 2			
2	В1	Знания о методах измерения количества информации	Б	70	45,8
8	В3	Представление числовой информации в памяти компьютера. Перевод, сложение и умножение в разных системах счисления	П	64	72,6
9	В7	Умение определять скорость передачи информации при заданной пропускной способности канала	П	66	70,2

Средний процент выполнения заданий в 2009 году колеблется от 90,4 (задание А1) до 29,2% (задание А2). Как и в прошлом году, лучше всего экзаменуемые справились с заданиями на кодирование и декодирование информации (А1 -93,0%, А11 – 89,7%). Также не вызвали затруднений задания А3, А4, и В3 на двоичное кодирование (процент выполнения 72,6-79,8%), то есть уровень знания этих вопросов вырос за последний год. Причем одинаково высокие оценки характерны как для заданий базового, так и повышенного уровня при переводе в различные системы счисления, значит объемные математические расчеты (деление в столбик с остатком, представления числа в развернутой форме с основаниями 2, 8, 16) уже не составляют проблем для обучающихся.

Так же, как в прошлом году, задания на измерение количества информации вызвали наибольшие затруднения. Если с заданием базового уровня (B1) справились 45,8% выпускников, то задание повышенного уровня A2, требующее показать умение подсчитывать информационный объем, вызвало огромные затруднения, его выполнили только 29,2% экзаменуемых.

Сравнивая задания A2 2009 и 2008 года, можно отметить, что по существу задание незначительно усложнилось, но по форме в 2009 году текст заданий объемнее, содержит ряд условий, дополнений.

Пример задания A2:

2009 год	2008 год
В некоторой стране автомобильный номер длиной 8 символов составляют из заглавных букв (задействовано 20 различных букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 40 номеров.	В велокроссе участвуют 119 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объем сообщения, записанного устройством, после того как промежуточный финиш прошли 70 велосипедистов?

Причиной резкого снижения оценок может быть отсутствие информационных компетенций у учеников: умения анализировать условие задачи, интерпретировать, приводить к шаблонной формулировке, выделить основную идею из большого текста.

Задание B7 повышенного уровня на определение скорости передачи информации аналогично прошлогоднему, решается классически, но его выполнили только 70,2% обучающихся, что не на много больше итогов 2008 года. Это связано с арифметическими ошибками - достаточно сложным для выпускников оказалось рассчитать произведение и частное шестизначных чисел без калькулятора. Решение задачи через степени числа 2 позволяет производить расчеты в уме, поэтому рекомендуется учителям обратить внимание на использование такого подхода.

Средний процент выполнения заданий данного раздела в экзамене 2009 года составляет 69,6%, что примерно равно уровню прошлого года (73,25 %). Особое внимание рекомендуется уделить теме измерения количества информации, остальные вопросы раздела были освоены обучающимися лучше, чем в прошлом году.

Преподавателям информатики и обучающимся при подготовке к экзамену в рамках данного раздела следует уделять внимание на отработку умений проводить анализ условия задач и точного определения необходимых действий по нахождению результата.

Для улучшения результатов по теме «Измерение количества информации» необходимо уделить внимание отработке умения пользоваться формулой нахождения количества информации Хартли $N=2^I$ и решения обратной задачи – нахождения логарифма.

Алгоритмизация и программирование

Этот раздел курса был представлен в экзаменационной работе: в общей сложности 9 заданиями базового, повышенного и высокого уровня сложности во всех трех разделах работы. Знания и умения, связанные с использованием основных алгоритмических конструкций, выявлялись как заданием на исполнение и анализ отдельных алгоритмов, записанных в виде блок-схемы, на алгоритмическом языке или на языках программирования, так и заданиями на составление алгоритмов для конкретного исполнителя (задание с кратким ответом) и анализ дерева игры. В таблице 5 представлены проверяемые элементы содержания данного раздела, и процент правильного выполнения заданий различного уровня сложности.

Таблица 5

№	КИМ	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	% правильного выполнения заданий	
				2008 г.	2009 г.
		Часть 1			
2	А5	Использование переменных. Объявление переменной (тип, имя, значение). Локальные и глобальные переменные	Б	87	77,8
3	А6	Работа с массивами (заполнение, считывание, поиск, сортировка, массовые операции и др.)	П	60	28,9
4	А12	Формальное исполнение алгоритма, записанного на естественном языке	Б	88	93,4
5	А18	Умение исполнить алгоритм для конкретного исполнителя с фиксированным набором команд	В	30	32,7
		Часть 2			
1	В2	Знание и умение использовать основные алгоритмические конструкции: следование, ветвление, цикл	Б	85	83,8
6	В5	Умение исполнять алгоритм в среде формального исполнителя	Б	83	83,1
7	В8	Умение исполнять алгоритм, записанный на естественном языке	П	36	59,4
		Часть 3			
8	С2	Умения написать короткую (10-15 строк) простую программу обработки массива на языке программирования или записать алгоритм на естественном языке	В	33 17	15,4 14
9	С3	Умение построить дерево игры по заданному алгоритму и обосновать выигрышную стратегию	В	21 34	21,9 7 30

Перенос задания А6 на знание основных алгоритмических конструкций из части А в часть В не повлиял на результаты, 83,8% учащихся отлично справились с этим заданием.

Экзаменуемые значительно лучше справились с заданиями на формальное исполнение алгоритма и умение исполнять алгоритм, записанный на естественном языке. Наблюдается рост как для задания базового уровня А12 с 88 до 93,4%, так и для задания повышенного уровня В8 с 36 до 59,4%.

Наибольшие затруднения среди заданий базового уровня в 2008 и 2007 году вызвала задача А18 на проверку умения формально исполнить алгоритм - 30% правильного выполнения. В 2009 году остались на том же уровне результаты по данной теме для заданий и высокого (32,7%), и базового уровня на умение исполнять алгоритм в среде формального исполнителя (83%). Вышесказанное свидетельствует о системном невнимании к изучению данной темы, особенно при условии, что исполнители Удвоитель и Робот, живущий в прямоугольном лабиринте на клетчатой плоскости, третий год встречаются в демонстрационных вариантах ЕГЭ.

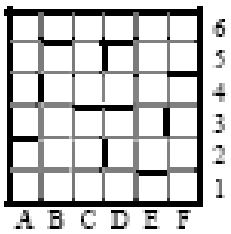
Пример задания А18:

Система команд исполнителя РОБОТ, «живущего» в прямоугольном лабиринте на клетчатой плоскости: вверх вниз влево вправо. При выполнении любой из этих команд РОБОТ перемещается на одну клетку соответственно: вверх ↑, вниз ↓, влево ←, вправо →. Четыре команды проверяют истинность условия отсутствия стены у каждой стороны той клетки, где находится РОБОТ: сверху свободно, снизу свободно, слева свободно, справа свободно.

Цикл

ПОКА < условие > команда

выполняется, пока условие истинно, иначе происходит переход на следующую строку. Если РОБОТ начнет движение в сторону стены, то он разрушится и программа прервется. Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в той же клетке, с которой он начал движение?



НАЧАЛО
ПОКА < сверху свободно > влево
ПОКА < слева свободно > вниз
ПОКА < снизу свободно > вправо
ПОКА < справа свободно > вверх
КОНЕЦ

Ухудшился результат выполнения заданий базового уровня А5 – объявление и использование переменных - с 87 до 77,8%; В2 - знание и умение использовать основные алгоритмические конструкции: следование, ветвление, цикл – с 85 до 83,8%. При этом задания не стали сложнее, а по структуре совершенно идентичны прошлогодним.

Пример задания А5:

Определите значение переменной b после выполнения следующего фрагмента программы, в котором a и b – переменные вещественного (действительного) типа.

Бейсик	Паскаль

a=3
b=3+5*a
b=b/2*a
	a:=3;
	b:=3+5*a;
	b:=b/2*a;

Си	**Алгоритмический язык**

a=3;
b=3+5*a;
b=b/2*a;
	a:=3
	b:=3+5*a
	b:=b/2*a

Задание повышенного уровня на алгоритмы работы с массивами правильно выполнили 28,9% экзаменуемых, что в два раза хуже результатов 2008 года. Данный результат можно считать низким несмотря на то, что тема «Массивы» является одной из наиболее сложных в программировании. Если задания на заполнение массива и исполнение формальных алгоритмов обычно рассматриваются в процессе обучения, то преобразование массивов, которое отражено в задании А6, стало реже включаться учителями в программы обучения, что и повлияло на снижение результата.

Пример задания А6:

В программе описан одномерный целочисленный массив А с индексами от 0 до 10. Ниже представлен фрагмент одной и той же программы, записанный на разных языках программирования, в котором значения элементов сначала задаются, а затем меняются. Чему будут равны элементы этого массива?

Бейсик	Паскаль

FOR i=0 TO 10
A(i)=i
NEXT i
FOR i=0 TO 10
A(i)=A(10-i)
A(10-i)=A(i)
NEXT i
	for i:=0 to 10 do
	A[i]:=i;
	for i:=0 to 10 do
	begin
	A[i]:=A[10-i];
	A[10-i]:=A[i];
	end;

Си	**Алгоритмический язык**

for (i=0;i<=10;i++)
A[i]=i;
for (i=0;i<=10;i++)
{
A[i]=A[10-i];
A[10-i]=A[i];
}
	нц для i от 0 до 10
	A[i]:=i
	кц
	нц для i от 0 до 10
	A[i]:=A[10-i]
	A[10-i]:=A[i]
	кц

Снижение результатов по заданиям А18, В2, В6 обусловили снижение втрое результатов по заданию С2.

Задание С2 требовало описать алгоритм и представить его на естественном языке или на одном из языков программирования.

Процент правильного и полного выполнения данного задания год от года становится ниже и составляет 29%, в том числе выполнили полностью 15% обучающихся, частично – 14% (в 2008 г. соответственно 33 и 17%; в 2007 – 7 и 86%).

Анализ экзаменационных задач С2 позволил утверждать, что спектр задач стал меньше. Если в КИМах 2008 года алгоритмов было больше, но они были классическими: на обработку и анализ массива, а также на преобразование массива, поиск элементов по заданному критерию, подсчет элементов массива соответствующих за-

данному критерию, поиск максимально/минимального, поиск среднего арифметического, преобразование массива по заданному правилу. В КИМах 2009 года разнообразие задач стало меньше: требуется найти только максимальное или минимальное значение. Но сами задания стали сложнее за счет использования минимума с ограничением. Причем, в этом году нет необходимости разбивать задачу на подзадачи, описание переменных и ввод массива приведен в условии задачи, что серьезно упрощает решение, поскольку экзаменуемым необходимо только описать алгоритм поиска минимума/ максимума.

Пример задачи С2:

Дан целочисленный массив из 30 элементов. Элементы массива могут принимать значения от – 20 до 20 – сведения о температуре за каждый день ноября. Опишите на русском языке или на одном из языков программирования алгоритм, который находит и выводит максимальную температуру среди дней, когда были заморозки (то есть температура опускалась ниже нуля). Гарантируется, что хотя бы в один день ноября была отрицательная температура. Исходные данные объявлены так, как показано ниже. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать часть из них.

Паскаль

```
const
N=30;
var
a: array [1..N] of integer;
i, j, max: integer;
begin
for i:=1 to N do readln(a[i]);
…
end.
```

В качестве ответа Вам необходимо привести фрагмент программы (или описание алгоритма на естественном языке), который должен находиться на месте многоточия. Вы можете записать решение также на другом языке программирования (укажите название и используемую версию языка программирования, например, Borland Pascal 7.0) или в виде блок-схемы. В этом случае вы должны использовать переменные, аналогичные переменным, используемым в алгоритме, записанном на естественном языке, с учетом синтаксиса и особенностей используемого вами языка программирования.

Критерии оценивания заданий типа С2 также уточнены, чтобы обеспечить однозначную трактовку оценки правильности. Если в прошлом году разрешалось допустить не более двух ошибок, чтобы получить 1 балл, то в 2009 году допускается только следующее:

1) Не инициализируется или неверно инициализируется переменная MAX (например, ей присваивается значение a[1] или число, большее – 20).

2) Отсутствует вывод ответа.

3) Используется переменная, не объявленная в разделе описания переменных.

4) Не указано или неверно указано условие завершения цикла.

5) Индексная переменная в цикле не меняется (например, в цикле while).

6) Неверно расставлены операторные скобки.

7) В сравнении с нулем вместо знака "меньше" используется знак "меньше или равно".

Наиболее распространенные ошибки и затруднения обучающихся

Выпускники неправильно читают условие задачи, не могут выделить необходимые для решения алгоритмы и их реализовать.

Значительные затруднения у обучающихся вызвали классические алгоритмы обработки массивов - отбор максимального и минимального элементов массива: используют необъявленные переменные, не инициализируют или неверно инициализи-

руют переменные max и min, не выводят ответ или выводят его в цикле. Основная ошибка при построении алгоритма в том, что обучающиеся использовали стандартный подход при определении минимального и максимального элементов массива, то есть неверно инициализировали данные переменные, всегда присваивали переменной max значение a[1]. Необходимо при подготовке обучающихся учить их не только использовать классические алгоритмы, а внимательно читать условие задачи. Важно разнообразить цикл задач на поиск максимального и минимального с различными ограничениями.

Задания данного вида, предложенные в экзаменационной работе, не претерпели содержательного изменения по сравнению с предыдущим годом, даже стали легче.

Содержательный анализ результатов выполнения заданий высокого уровня сложности С3 детально рассмотрен далее.

Основы логики

По данному разделу в экзаменационной работе представлено пять заданий: три с выбором ответа и два с кратким ответом. Одно задание базового, три повышенного и одно высокого уровня сложности. В таблице 6 представлены проверяемые элементы содержания данного раздела, а также процент правильного выполнения заданий различного уровня сложности.

Таблица 6

№	КИМ	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	% правильного выполнения заданий	
				2008 г.	2009 г.
		Часть 1			
1	А7	Знание основных понятий и законов математической логики	П	79	62,2
2	А8	Умения строить и преобразовывать логические выражения	Б	93	84,6
3	А9	Умения строить таблицы истинности и логические схемы	П	89	88,8
		Часть 2			
4	В4	Умение строить и преобразовывать логические выражения	В	61	58,5
5	В6	Умение строить и преобразовывать логические выражения	П	50	76,5

Общий результат по данной теме сопоставим с результатами прошлого (в среднем около 74%), но структура распределения баллов изменилась: в прошлом году результаты за разные задачи сильно варьировались от 50 до 93%, в этом году они стали более однородными от 58,5 до 88,9%. Как и ранее, обучающиеся успешнее всего справились с заданием повышенного уровня на проверку умения строить таблицы истинности и логические схемы (88,8 %), с заданием базового уровня на преобразование логических выражений (84,6 % правильных ответов). В 2008 году отмечалось, что большее количество затруднений вызвало задание повышенного уровня, предполагающее проверку умения строить и преобразовывать логические выражения. Результат по заданию В6 улучшился на 26,5%. Значительных изменений в содержании или условии задания нет, текст стал более структурированным. Поэтому основной причи-

ной повышения результатов может быть только особое внимание учителей к данной теме.

Во второй части экзаменационной работы высокий уровень сложности имело единственное задание В4, предусматривающее решение логического уравнения и представленное двумя типами заданий: в первом случае надо было указать значения переменных, при которых логическое выражение ложно, а во втором – определить, сколько различных решений имеет логическое уравнение.

Пример задания В4:

2008 год	2009 год
Каково наибольшее целое число X, при котором истинно высказывание $(50 < X \cdot X) \rightarrow (50 > (X+1) \cdot (X+1))$.	Дано логическое выражение $(K \rightarrow M) \vee (L \wedge \neg M \wedge K) \vee N$ Укажите значения переменных K, L, M, N, при которых логическое выражение ложно.
	Сколько различных решений имеет уравнение $(K \wedge L \wedge M) \vee (\neg L \wedge M \wedge N) = 1$ где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Результат выполнения этого задания самый низкий в разделе «основы логики» - 57,5%.

Задачу А7 повышенного уровня выполнили 62,2% экзаменуемых, что на 16,8% меньше прошлого года (в 2008 г. когда эта задача была записана на формальном языке).

Пример задания А7:

Какое из приведенных имен удовлетворяет логическому условию

¬ (первая буква согласная → вторая буква согласная) ∧ последняя буква гласная

1) ИРИНА 2) МАКСИМ 3) СТЕПАН 4) МАРИЯ

Таким образом, за счет повышения результатов по заданию В6, в целом по разделу результаты не изменились. Обучающиеся стали лучше оперировать с задачами, аналогичными прошлогодним, но хуже, если задача записана **вместо формального на естественном языке или содержит иную постановку вопроса**.

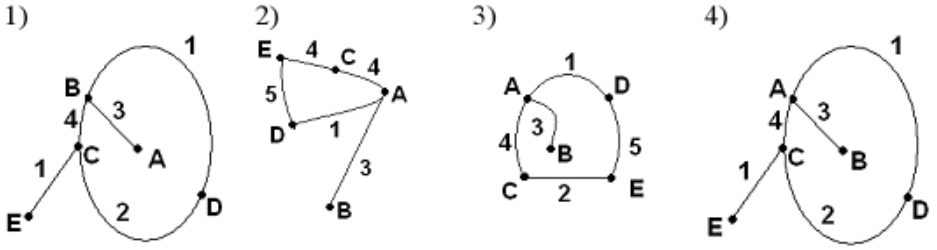
Моделирование

Экзаменационная работа 2009 года, как и предыдущих лет, содержала одно задание базового уровня с выбором ответа по данной теме. Задание выявляло сформированность у обучающихся умения представлять и считывать данные в разных типах информационных моделей (схемы, карты, таблицы, графики и пр.). Необходимо отметить, что задание А10, предложенное в КИМах, значительно сложнее задания, представленного в демонстрационном варианте и в КИМах 2008 года, поскольку для решения необходимо было продемонстрировать умение проводить анализ модели, представленной не только в форме таблицы, но и в виде графа. Результат правильного выполнения обучающимися данного задания составил 95,4% по сравнению с 78,0% в 2008 году.

Пример задания А10:

Таблица стоимости перевозок устроена следующим образом: числа, стоящие на пересечениях строк и столбцов таблиц, означают стоимость проезда между соответствующими соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то станции не являются соседними. Укажите схему, соответствующую таблице.

	A	B	C	D	E
A		3	4	1	
B	3				
C	4			2	1
D	1		2		
E			1		



Анализ результативности показывает, что учителя смогли обеспечить очень высокий уровень подготовленности обучающихся по данной теме.

Информационные технологии

Раздел «Программные средства информационных и коммуникационных технологий» был представлен в КИМах 7-ю заданиями из первой и второй частей работы: четыре задания базового и три задания повышенного уровня. В таблице 7 представлены проверяемые элементы содержания данного раздела, а также процент правильного выполнения заданий различного уровня сложности.

Таблица 7

№	КИМ	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	% правильного выполнения заданий	
				2008 г.	2009 г.
		Часть 1			
1	А13	Знания о файловой системе организации данных	Б	96	84,7
2	А14	Знание технологии хранения, поиска и сортировки информации в базах данных	П/Б	77	71,7
3	А15	Знание технологии обработки графической информации	Б/П	60	83,8
4	А16	Знание технологии обработки информации в электронных таблицах	Б	78	56,6
5	А17	Знания о визуализации данных с помощью диаграмм и графиков	Б	82	88,8
		Часть 2			
6	В9	Знание базовых принципов организации и функционирования компьютерных сетей, адресации в сети	П/Б	51	73,3
7	В10	Умение осуществлять поиск информации в Интернет	П	76	66,9

Анализ результатов работ обучающихся позволяет констатировать высокий уровень сформированности знаний и умений, касающихся файловой системы организации данных, визуализации данных с помощью диаграмм и графиков.

Несмотря на то, что задание А14 в этом году стало базовым, снижение результатов, полученных по теме «Технология хранения, поиска и сортировки информации в базах данных», объясняется тем, что тема «Теория баз данных» является достаточно сложной для понимания обучающимися. Кроме того, если в демоверсии КИМ по этому заданию предлагается простой вопрос (Сколько записей в ней удовлетворяют условию «Пол='ж' ИЛИ Химия>Биология»), то на ЕГЭ в 2009 году задание не стало сложнее, но представлено в объемном текстовом виде с несколькими дополнительными условиями, требует от обучающихся компетенций по работе с информацией, умению преобразовать задание с естественного языка на формальный.

Пример задания А14:

Из правил соревнования по тяжелой атлетике: Тяжелая атлетика - это прямое соревнование, когда каждый атлет имеет три попытки в рывке и три попытки в толчке. Самый тяжелый вес поднятой штанги в каждом упражнении суммируется в общем зачете. Если спортсмен потерпел неудачу во всех трех попытках в рывке, он может продолжить соревнование в толчке, но уже не сможет занять какое-либо место по сумме 2-х упражнений. Если два спортсмена заканчивают состязание с одинаковым итоговым результатом, высшее место присуждается спортсмену с меньшим весом. Если же вес спортсменов одинаков, преимущество отдается тому, кто первым поднял победный вес. Кто победил в общем зачете (сумме двух упражнений)?

Таблица результатов соревнований по тяжелой атлетике

ФИО	Вес спортсмена	Взято в рывке	Рывок с попытки	Взято в толчке	Толчок с попытки
Иванов	77,1	150	3	200	2
Петров	79,1	147,5	1	202,5	1
Сидоров	78,2	150	2	200	1
Смирнов	78,2	147,5	3	202,5	3
Попов	79,5	147,5	1	202,5	1
Таврин	79,8	150	1	202,5	2

С заданием по технологии обработки графической информации справились 83,3%, несмотря на то, что это задание в КИМах 2009 года стало сложнее.

Самый низкий результат среди заданий базового уровня получен за задание А16 по обработке информации в электронных таблицах – 56,6%. Все задания имеют одну структуру. Низкие результаты можно объяснить арифметическими ошибками в элементарных расчетах с положительными и отрицательными числами и непониманием смысла среднего арифметического.

Пример задания А16:

В электронной таблице значение формулы =СРЗНАЧ(A6:D6) равно 1,5. Чему равно значение формулы =СУММ(A6:C6), если значение ячейки D6 равно 2?

Задание В9 с кратким ответом, предусматривающее конструирование IP-адрес, изменило уровень сложности с повышенного до базового, но по существу идентично прошлогоднему, поэтому не вызвало больших затруднений у экзаменуемых (73,3% правильного выполнения).

Задание В10 повышенного уровня из раздела «Телекоммуникационные технологии», предполагающее прогнозирование результатов поиска информации в сети Интернет, было выполнено с результатом 66,9%, что соответствует сложности задания, но ниже на 10% результата 2008 года. Обучение основам поиска информации в Интернет носит практический характер, а задание В10 предполагает преимущественно знания по формальной логике, изучение языка запросов поисковых систем.

Пример задания В10:

В10

В таблице приведены запросы к поисковому серверу. Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдет поисковый сервер по каждому запросу.

Для обозначения логической операции "ИЛИ" в запросе используется символ |, а для логической операции "И" - &.

1	принтеры & сканеры & продажа
2	принтеры & продажа
3	принтеры | продажа
4	принтеры | сканеры | продажа

Полученные результаты выполнения заданий В7 и В8 свидетельствуют о недостаточном уровне обучения теме «Логические операции» и «Язык запросов к поисковым серверам».

Программирование

Знания обучающихся по технологии программирования проверялись посредством выполнения ими двух заданий с развернутым ответом высокого уровня сложности. С1 предполагало поиск и устранение ошибок в фрагменте программы, С2- самостоятельное написание программы для решения оригинальной задачи. В таблице 8 представлены проверяемые элементы содержания данного раздела, а также процент правильного выполнения заданий.

Таблица 8

№	КИМ	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	% правильного выполнения заданий		
				2007	2008	2009
		Часть 3				
1	С1	Умение прочесть фрагмент программы на языке программирования и исправить допущенные ошибки	В	21 21 29	15 23 24	22 24 16
2	С4	Умение создавать собственные программы (30-50 строк) для решения задач средней сложности.	В	7 7 7 36	3 50	1 2 2 5

Детальный анализ результатов выполнения заданий С1 и С4 приведен ниже.

4. Содержательный анализ результатов выполнения заданий части 3 (с развернутым ответом)

Общий анализ результатов выполнения заданий части 3 показал, что процент обучающихся, приступивших к выполнению заданий данной части, достаточно высок – около 83% из 548 сдававших ЕГЭ.

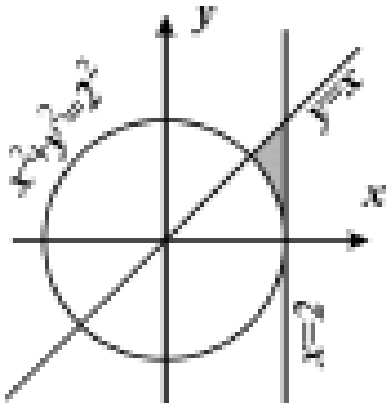
Задания С1 выявляли сформированность у обучающихся умения прочесть фрагмент программы на языке программирования и исправить допущенные ошибки. Полностью и правильно выполнили данное задание 21,3% обучающихся и получили максимально возможный первичный балл. В 2 балла (24% обучающихся) и 1 балл (17% обучающихся) оценивалось частично или с ошибками выполненное задание.

В КИМах 2009 года задание С1 представлено задачей следующего вида:

Пример задания С1:

Требовалось написать программу, которая вводит с клавиатуры координаты точки на плоскости (x, y – действительные числа) и определяет принадлежность точки заштрихованной области, включая ее границы.

Программист торопился и написал программу неправильно.




```
ПРОГРАММА НА ПАСКАЛЕ
var x,y: real;
begin
readln(x,y);
if x*x+y*y>=4 then
if x<=2 then
if y<=x then
write('принадлежит')
else
write('не принадлежит');
end.
```

Последовательно выполните следующее:

1) Приведите пример таких чисел x, y, при которых программа неверно решает поставленную задачу.

2) Укажите, как нужно доработать программу, чтобы не было случаев ее неправильной работы. (Это можно сделать несколькими способами, поэтому можно указать любой способ доработки исходной программы).

В задаче требовалось выполнить три действия: указать пример входных данных, при которых программа работает неверно, и исправить две ошибки:

1. Неправильное использование условного оператора, в результате чего при невыполнении первого или второго условия программа не выдавала ничего (отсутствуют случаи ELSE).

2. Приведенным трем ограничениям удовлетворяют также те точки плоскости, у которых (x^2+y^2 >=4) и (y<=x) и (x<=2) и (y<0).

Изменения в критериях оценивания касаются следующего: уже не учитываются синтаксические ошибки в задании С1.

Наиболее успешно обучающиеся справились с первым вопросом задания. Привести пример чисел x и y, при которых программа работает неправильно, не пред-

ставляло сложности и задача решалась путем обычного подбора или анализом области попадания точки. Задачи С1 из демонстрационных материалов по информатике последних лет показывают устойчивую тенденцию к сохранению условий из предметной области математики.

Наиболее распространенные ошибки и затруднения обучающихся

Анализ работ выпускников позволил выделить основные ошибки, допущенные ими при решении задания С1 – это использование вложенных операторов ветвления. Можно сделать вывод, что у обучающихся вызывает затруднение понимание принципа работы вложенных условных операторов. Не так часто в работах использовались логические связки AND и OR. Представленные работы показали слабое место в решении задач: ветвление – это умение производить преобразование вложенных ветвлений к условному оператору со сложными связками. Необходимо отметить, что на ошибки и затруднения, связанные с неправильным конструированием вложенных ветвлений и логическими ошибками в порядке проверки условий, указывалось в справках по итогам ЕГЭ и 2007, и 2008 года.

Проверка работ позволила сделать экзаменационной комиссии вывод, что у обучающихся сформировано неправильное понятие о требовании «программа работает неверно». Ученики считают, что это только неверный ответ, не допуская возможности работы программы, при котором она может не выдавать никакого результата либо определять неправильную область попадания точки.

Общий анализ результатов (в целом 62,0 % обучающихся справились с данным заданием и получили баллы в зависимости от критериев) показывает, что ***задание С1 не вызвало значительных затруднений***, а ухудшение результатов по данному заданию произошло за счет снижения уровня знаний по информатике.

Задание С3 выявляло сформированность у обучающихся умения построить дерево игры по заданному алгоритму и обосновать выигрышную стратегию.

Уровень выполнения данного задания распределился следующим образом: полное выполнение – 21,9% (3 балла), частичное – 37 % (1-2 балла). Данные результаты в целом совпадают с прошлогодними (21% и 34% соответственно). Содержание и форма представления задания абсолютно похожи.

<u>Пример задачи С3:</u>

Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. Игроки ходят по очереди. В начале игры фишка находится в точке с координатами (-3,2). Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами (x, y) в одну из трех точек: или в точку с координатами (x+5, y), или в точку с координатами (x, y+4), или в точку с координатами (x+3, y+3). Выигрывает игрок, после хода которого расстояние от фишки до точки с координатами (0,0) больше 12 единиц. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков - игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

Анализ экзаменационных работ показал, что обучающиеся неверно понимают выражение «безошибочная игра». Под ним часто понимают верное выполнение правил, а не оптимальную выигрышную стратегию. Большие трудности вызвало и обоснование ответа. Чаще всего представлено частичное обоснование.

Только 21,9% обучающихся справились полностью, а 29% обучающихся, приступивших к заданию, могут только определить все возможные ходы первого и ответы второго игрока, но не могут построить стратегию.

При подготовке обучающихся к экзаменам по данному типу задач, учителям необходимо обратить внимание, что от обучающегося требуется не только ответить на вопрос «Кто выигрывает?», «Каков первый ход?», обосновать стратегию, но и привести ее доказательство. Наиболее простым вариантом обоснования стратегии является полное дерево игры. Обосновать ответ – значит описать стратегию и доказать ее правильность. Строго доказать правильность стратегии - значит или составить полное дерево игры с указанием выигрывающего игрока, или составить дерево в сокращенном варианте, указав только выигрывающую ветвь, но при этом словами уточнить, что все остальные стратегии рассмотрены и являются проигрышными.

Решение заданий С3 2009 года повторило проблему в использовании знаний из смежной дисциплины геометрии. По условию задачи «…Выигрывает игрок, после хода которого расстояние от фишки до точки с координатами (0,0) больше 12 единиц». Некоторые обучающиеся вычисляли расстояние между точками на плоскости не по теореме Пифагора, а как сумму координат, несмотря на то, что в прошлом году на эту проблему уже было указано.

Содержание верного ответа по структуре и содержанию полностью повторяет ответ на задание С3 2008 года. 62 % из приступивших к выполнению задания представили частичное его выполнение.

Полученные показатели (59%) свидетельствуют об **хорошем уровне** усвоения темы.

Задания С4 выявляли сформированность у обучающихся умения создавать собственные программы (30-50 строк) для решения задач средней сложности.

Максимальный первичный балл за решение данного задания смогли набрать 3,0% выпускников, приступивших к заданию, 50% - выполнили задание частично. 82% выпускников не приступали к выполнению данного задания или получили за него 0 баллов.

Задачи С4 можно разделить на два типа. Оба типа задач решаются с использованием массивов чисел, не требует использования записей, как это было в прошлом году.

Первый тип задачи сводится к нахождению минимума в массиве чисел. Большинство выпускников работали с записями, хотя в задаче требуется найти только число АЗС, продающих бензин дешевле всего. То есть ни Название, ни Улица вообще в анализе не участвуют, а Марка бензина нужна только при анализе. Существенной для решения задачи является только Цена, что и обуславливает создание только массива чисел с Ценами. Именно такой анализ условия и необходим был для успешного решения задачи, чтобы обеспечить эффективность и по памяти, и по времени.

Пример задачи С4 первого типа:

На автозаправочных станциях (АЗС) продается бензин с маркировкой 92, 95 и 98. В городе М был проведен мониторинг цены бензина на различных АЗС. Напишите эффективную по времени работы и по используемой памяти программу (укажите используемую версию языка программирования, например, Borland Pascal 7.0), которая будет определять для каждого вида бензина, сколько АЗС продают его дешевле всего. На вход программе сначала подается число данных о стоимости бензина. В ка-

ждой из следующих N строк находится информация в следующем формате: <Компания> <Улица> <Марка> <Цена>

где <Компания> – строка, состоящая не более, чем из 20 символов без пробелов, <Улица> – строка, состоящая не более, чем из 20 символов без пробелов, <Марка> – одно из чисел – 92, 95 или 98, <Цена> – целое число в диапазоне от 1000 до 3000, обозначающее стоимость одного литра бензина в копейках. <Компания> и <Улица>, <Улица> и <Марка>, а также <Марка> и <цена> разделены ровно одним пробелом. Пример входной строки:

Лукойл Мичуринский 95 2250

Программа должна выводить через пробел 3 числа – количество АЗС, продающих дешевле всего 92-й, 95-й и 98-й бензин соответственно. Если бензин какой-то марки нигде не продавался, то следует вывести 0.

Пример выходных данных: 12 1 0

Самые распространенные ошибки для данного типа задач: обучающиеся путались при организации работы с полями записи и организовывали неверный ввод входных данных.

Содержание верного ответа предполагает:

Программа читает все входные данные один раз, не запоминая их в массиве, размер которого соответствует числу АЗС или диапазону цен. Во время чтения данных определяются минимальная цена каждой марки бензина и количество АЗС, продающих его по этой цене. Для этого используются 6 переменных или соответствующие массивы (например, для удобства из 8 элементов каждый).

Баллы начисляются только за программу, которая решает задачу хотя бы для одного частного случая (например, когда для каждой марки бензина минимальная цена отмечена ровно на одной АЗС).

Оценивание данного задания производилось в соответствии со следующими **критериями:**

1. Чтобы получить 1 балл необходимо, чтобы программа верно работала хотя бы при некоторых входных данных.
2. Чтобы получить 2 балла, необходимо, чтобы программа в целом работала верно, хотя и имела 1–2 ошибки (неверная инициализация переменных, в частности значения минимума, например, числом 3000; выход за границу массива, перевод символов в числа, используется знак “<” вместо “<=”, “or” вместо “and” и т.п.).
3. За программу, работающую верно, но неэффективно по памяти или времени.

Таким образом, если программа работает неверно для любых данных или содержит ошибки, то она оценивается в 0 баллов вне зависимости от того, что возможно замысел верен и большая часть текста программы реализована правильно.

Задания **второго типа** значительно сложнее за счет более сложного условия и алгоритма реализации.

<u>Пример задачи С4 второго типа:</u>

Олимпиада по астрономии проводилась для учеников 9-11-х классов. Каждый участник олимпиады мог набрать от 0 до 50 баллов. Для определения победителей и призеров сначала отбираются 45% участников, показавших лучшие результаты. По положению, в случае, когда у последнего участника, входящего в 45%, оказывается количество баллов такое же, как и у следующих за ним в итоговой таблице, решение по данному участнику и всем участникам, имеющим с ним равное количество баллов,

определяется следующим образом: все участники признаются призерами, если набранные ими баллы больше половины максимально возможных; все участники не признаются призерами, если набранные ими баллы не превышают половины максимально возможных.

Напишите эффективную по времени работы и по используемой памяти программу (укажите используемую версию языка программирования, например, Borland Pascal 7.0), которая по результатам олимпиады будет определять, какой минимальный балл нужно было набрать, чтобы стать победителем или призером олимпиады.

На вход программе сначала подается число участников олимпиады N. В каждой из следующих N строк находится результат одного из участников олимпиады в следующем формате: <Фамилия> <Имя> <класс> <баллы>, где <Фамилия> – строка, состоящая не более, чем из 20 символов, <Имя> – строка, состоящая не более, чем из 15 символов, <класс> – число от 9 до 11, <баллы> – целое число от 0 до 50 набранных участником баллов. <Фамилия> и <Имя>, <Имя> и <класс>, а также <класс> и <баллы> разделены одним пробелом. Пример входной строки: Иванов Петр 10 17

Программа должна выводить минимальный балл призера. Гарантируется, что хотя бы одного призера по указанным правилам определить можно.

По сравнению с заданиями прошлого года в КИМах 2009 уточнено понятие эффективность программы, требуется, чтобы программа была эффективна и по памяти, и по времени. К сожалению, многие из тех, кто решал данную задачу, использовали при описании слишком большие массивы, например [1..1000], что сразу нарушает условие эффективности по памяти. В большинстве работ не указывался использованный язык программирования.

В работах отражено два подхода к их решению. Первый подход сводится к реализации простейшего алгоритма сортировки баллов. Наиболее распространенной ошибкой при этом являлся неверный анализ условия – часто ученики не понимали, что победителей может быть больше 45%, если на границе этих 45% у олимпиадников одинаковые баллы. Ошибки в неверной реализации алгоритма сортировки пузырьком и перестановкой является недоработкой учителей. Второй подход к решению данной задачи состоял в следующем: выбираем баллы, начиная с большего, при этом необходимо все время контролировать переход 45%. Анализ работ позволяет сделать вывод, что обучающиеся с трудом анализировали ситуации пограничных баллов. Использование записей значительно усложняло решение, обеспечивая широкий спектр логических и синтаксических ошибок.

Наибольшие затруднения в разделе программирования вызвали детальный анализ условия задачи, выделение подзадач, проверка работоспособности программы на критических значениях. При подготовке к экзамену по информатике учителям следует уделить внимание и такому понятию как эффективность программы.

5. Выводы и рекомендации

Общие выводы из результатов ЕГЭ по информатике – 2009

Опыт единого государственного экзамена 2009 года показал, что большинство обучающихся (96,9%), выбравших информатику в качестве экзаменационного предмета, освоили основное содержание предмета, определяемое нормативными документами. Неуспевающих в Мурманской области в 3 раза меньше, чем в целом по России. Средняя оценка по информатике - 4,9 балла, средний балл - 62,7 (по России - 56,1). Разница результатов в рамках регионах не является значимой, так же как и в разных типах учебных заведений.

Количество экзаменуемых выросло почти в 4 раза.

КИМы в этом году изменились незначительно, что не повлияло на результаты экзамена. В основном хорошо усвоены следующие темы: «Информация и ее кодирование», «Технология обработки информации», «Основы логики», «Моделирование». Вызывают затруднения обучающихся темы «Алгоритмизация и формальное исполнение алгоритмов» и «Технология хранения, поиска и сортировки информации в базах данных».

Рекомендации по совершенствованию методики преподавания информатики с учетом результатов единого государственного экзамена 2009 года

1) Усилить внимание к традиционно сложным разделам, темам курса информатики:

Алгоритмизация и программирование

Обучающиеся для успешной сдачи экзамена должны не только знать основные алгоритмические конструкции и операторы изучаемого языка программирования, но и иметь опыт самостоятельной записи алгоритмов и программ, решения практических задач, разработки и отладки компьютерной программы, проверки программы на критических значениях. Следует уделять больше внимания формализации записи и исполнения алгоритмов, так как результаты экзамена показывают, что у части обучающихся так и не формируется умение формального исполнения алгоритмов. В кодификаторе указаны классические алгоритмы, наиболее часто проверяемые на ЕГЭ (суммирование массива; проверка упорядоченности массива; слияние двух упорядоченных массивов; сортировка (например, вставками); поиск заданной подстроки (скажем, "abc") в последовательности символов; поиск корня делением пополам; поиск наименьшего делителя целого числа; разложение целого числа на множители (простейший алгоритм); умножение двух многочленов).

Основы логики

Следует обратить внимание на практическое приложение в задачах программирования, управления базами данных, поиска в Интернет. Большое количество заданий ЕГЭ проверяет знания обучающихся в этом разделе информатики. Это не только задания непосредственно по этому разделу кодификатора, но и комплексные задания по темам «Базы данных», «Телекоммуникационные технологии», «Алгоритмизация».

Технология хранения, поиска и сортировки информации в базах данных

Для повышения качества подготовки выпускников общеобразовательных учреждений необходимо более глубоко изучать методы отбора со сложными условиями

из баз данных, сети Интернет, темы, обеспечивающие формирование ключевых компетенций.

2) Акцентировать внимание на формирование и отработку логических ошибок, связанных с реализацией алгоритмов решения в большей мере, нежели математических навыков работы.

3) Увеличивать число контролирующих заданий, при выполнении которых требуется осуществить перенос усвоенного алгоритма в новые ситуации и умение разбивать алгоритм на подзадачи с возможностью использования в новых алгоритмах.

4) При подготовке обучающихся к экзамену следует обращать их внимание на требования, сформулированные в задании, на то, что все задания второй части очень точно формулируют требования к формату записи ответа: в каком порядке записывать перечисление чисел, какие пробелы и знаки препинания ставить и т.п.

Задания части С должны записываться полно, без сокращений, все графические иллюстрации задачи С3 должны сопровождаться доказательством в виде текста, задания С4 должны иметь комментарии, быть понятными экспертам.

СОДЕРЖАНИЕ

Малахова Н.А. Анализ результатов
единого государственного экзамена по математике…….…….3-34

Царева М.В. Анализ результатов
единого государственного экзамена по информатике……..35-54

Составители:

Наталья Валентиновна Васильева,
Наталья Ивановна Стрельская

ПРЕДМЕТНО-СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГЭ-2009

Часть 3

(математика, информатика)

Редактор **Н.Б. Лившиц**
Компьютерная верстка – **Д.А. Федотов**

Подписано в печать 01.10.2009. Формат 60x84/8. Уч.-изд. л. 2,8.
Тираж 200 экз. Заказ ____

Отпечатано в МОИПКРОиК.
183031, г. Мурманск, ул. Подстаницкого, 1