

Предметно-содержательный анализ результатов репетиционного ОГЭ по математике в Мурманской области в 2016 году

12 апреля 2016 года был проведен репетиционный ОГЭ по математике в Мурманской области. Контрольные измерительные материалы были разработаны ФГБУ «Федеральный центр тестирования», ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» в двух вариантах, соответствующих демонстрационному варианту КИМ 2016 г. по математике; спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2016 году государственной итоговой аттестации по математике; кодификатору требований к уровню подготовки учащихся, освоивших основные общеобразовательные программы основного общего образования.

Назначение тренировочной экзаменационной работы – оценить общеобразовательную подготовку по математике учащихся 9 классов общеобразовательных организаций с целью совершенствования их подготовки к государственной итоговой аттестации.

Содержание экзаменационной работы составлено на основе Федерального компонента государственного стандарта основного общего образования по математике (далее – Стандарт) (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»). В КИМ включены задания открытого банка экзаменационных заданий ГИА-9, опубликованного на официальном сайте ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» (www.fipi.ru).

На проведение тренировочного экзамена по математике было отведено 235 минут. Калькуляторы на экзамене не использовались. Учащимся было разрешено пользоваться справочными материалами и линейкой. Технология проведения тренировочного экзамена - бланковая.

Работа состояла из двух частей. Первая часть работы проверяла базовый уровень математической подготовки учащихся. Назначение второй части работы – дифференциация учащихся по уровням подготовки, выявление наиболее подготовленных, составляющих потенциальный контингент профильных классов. С целью обеспечения эффективности проверки освоения учащимися базовых понятий курса математики, умения применять математические знания и решать практико-ориентированные задачи в экзаменационной работе выделены три содержательных модуля: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Задания по содержательным модулям «Алгебра» и «Геометрия» были включены в обе части работы и проверяли математическую подготовку учащихся на базовом и повышенном (высоком) уровне. Выполнение содержательного модуля «Реальная математика» направлено на определение уровня сформированности базовых математических компетенций учащихся.

Модуль «Алгебра» содержал 11 заданий: в первой части – 8 заданий, во второй – 3. Модуль «Геометрия» содержал 8 заданий: в первой части – 5 заданий, во второй – 3. Модуль «Реальная математика»: в первой части – 7 заданий. Всего

КИМ содержал 26 заданий, из которых 20 – базового уровня и 6 – повышенного (высокого) уровня. В первой части работы представлены задания на запись верного ответа, на выбор верного ответа из 4-х вариантов, установление соответствия объектов двух множеств. Задания второй части предполагали запись решения.

В 2016 году в структуре заданий КИМ ОГЭ по математике с развёрнутым ответом изменений не произошло. Тематическая принадлежность заданий осталась в основном неизменной. А именно: задание № 21 – на упрощение алгебраических выражений, решение уравнений, решение систем уравнений, № 22 – решение текстовой задачи, № 23 – построение графика функции, № 24 – задача на вычисление по геометрии, № 25 – задача по геометрии на доказательство, № 26 – геометрическая задача по геометрии высокого уровня сложности.

В критериях оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом произошли серьезные изменения: каждое задание второй части теперь оценивается в два балла.

Максимальный балл за работу в целом – 32 (ранее – 38). Система формирования общего балла представлена в приложении (Таблица 1).

Для получения положительной экзаменационной отметки по пятибалльной шкале учащимся необходимо было набрать минимум 8 баллов, из них не менее 3-х баллов по модулю «Алгебра», 2-х баллов по модулю «Геометрия» и 2-х баллов по модулю «Реальная математика». Контрольные измерительные материалы тренировочного экзамена проверяли уровень сформированности базовой математической компетентности учащихся, а именно: владение основными алгоритмами; знание и понимание ключевых элементов содержания математического образования (математических понятий, геометрических плоскостных фигур, их свойств и признаков, приёмов решения задач и пр.); умение пользоваться математической записью; умение применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма; умение применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Распределение заданий и соответствующих результатов учащихся по содержательным модулям в Мурманской области в период с 2015 по 2016 г. представлено в приложении (Таблица 2).

Сравнение результатов репетиционного ОГЭ по математике за 2014-2016 годы в Мурманской области представлено в приложении (Таблица 3).

Анализ результатов выполнения заданий первой части показывает, что учащиеся лучше справляются с заданиями алгоритмического характера примерно на 28%, чем с заданиями на понимание, практическое применение или решение задач. Такая тенденция характерна для следующих содержательных линий: алгебраические преобразования, решение уравнений, неравенств. Впервые с заданиями по геометрии части 1 учащиеся справились лучше, чем с алгебраическими на 1,4%. Тем не менее каждый второй допускает ошибки или не умеет решать планиметрические задачи.

Более половины учащихся (57,71%) продемонстрировали высокий уровень сформированности умений и навыков решения задач практико-ориентированного характера, т.е. модуля «Реальная математика». Динамика результатов выполнения

учащимися задач первой части КИМ за последние 3 года представлена в приложении (Таблица 4).

Интервал выполнения заданий базового уровня на репетиционном экзамене в 2016 г. составил от 22,2% до 79,6%, в 2015 г. – от 27,8% до 82,6%. Доля учащихся, выполнивших задания базового уровня, составила 57,86%, что выше аналогичного показателя 2015 года на 10,20%.

На оптимальном уровне усвоены следующие дидактические единицы содержания курса математики за курс основного общего образования: становление соответствия между положительными (отрицательными) десятичными дробями и точками, изображёнными на координатной прямой; выполнение действий с геометрическими фигурами: нахождение длины диагонали ромба, изображённого на клетчатой бумаге, и проведение доказательных рассуждений, умений оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные рассуждения; анализ данных при решении задачи с реальным сюжетом, представленной таблицей; описание с помощью графика функции реальных процессов и их интерпретация.

Допустимый уровень освоения учебного материала достигнут по следующим содержательным блокам: «Арифметика»: нахождение значения числового выражения (около 60% учащихся верно определили порядок действий и выполнили вычисления с обыкновенными дробями и целыми числами); «Степень с рациональным показателем»: нахождение значения выражения, содержащего степень с отрицательным показателем (каждый второй учащийся верно применил свойства степени и вычислил степень с отрицательным показателем); «Последовательности. Прогрессии»: нахождение n -го члена числовой последовательности, заданной рекуррентно (около 55% верно нашли каждый последующий член последовательности через предыдущий, начиная с 1-го); «Функции, их графики и свойства»: каждый третий учащийся знает аналитическую и графическую формы задания линейной функции и её частные случаи; «Четырёхугольники», «Окружность, круг»: примерно у 60% учащихся сформированы как теоретические знания, так и практические умения находить линейные, угловые элементы геометрических фигур (вычислять градусную меру угла треугольника, вписанного в окружность, с углом, опирающимся на диаметр, а также вычислять площадь квадрата по его стороне через периметр); «Текстовые задачи»: решение контекстной задачи на проценты (тем не менее около 42% учащихся не умеют находить процентную разность между исходным и конечным числовыми значениями); «Статистика»: только 57% учащихся при анализе задачи с реальным сюжетом, представленной на диаграмме, не допустили ошибок при извлечении и интерпретации информации.

В критической зоне находится освоение следующих элементов стандарта: решение квадратного уравнения, знание и применение формул сокращённого умножения и алгоритмов действий с многочленами и дробно-рациональными выражениями, а также вычислительные навыки (57% учащихся не усвоили базовый набор алгоритмических действий, не владеют методами решения неполного квадратного уравнения, а у каждого третьего учащегося не сформированы навыки преобразования алгебраических и числовых выражений, что на 6% хуже прошлогоднего показателя); вычисление геометрических элементов фигур по теме «Пла-

ниметрия треугольника» (около 80% учащихся не умеют применять понятийно-формульный аппарат геометрии треугольника, не знают теоретической базы и опорных конструкций планиметрии равностороннего треугольника, при этом только 20% учащихся смогли верно найти длину стороны равностороннего треугольника, используя свойства его биссектрисы); исследование модели реальной ситуации с использованием аппарата вероятности и проведение практических расчётов по формуле (примерно 44% учащихся не владеют методологией решения вероятностных задач при выборе одного из вариантов (союз «или»)), а также не умеют выражать неизвестный компонент из формулы и находить его числовое значение).

В результате анализа выполнения первой части КИМ репетиционного экзамена выявлены следующие системные ошибки и недочёты: вычислительные ошибки; ошибки на уровне базовых определений, свойств, формул, в том числе степени; невладение техниками решения квадратных уравнений и линейных неравенств, в том числе и незнание свойств числовых неравенств; неумение переходить от графической формы записи условия к аналитической и наоборот; слабое владение теорией при решении геометрических задач, в основном с практическим контекстом; неверная форма записи ответа: запись ответа в приближённом виде или в виде сократимой дроби, неверное использование символики в записи ответов; слабое владение формульно-понятийным аппаратом по темам: «Последовательности. Прогрессии», «Окружность, круг», «Треугольник»; слабое владение методами тождественных преобразований и нахождением значений выражений, а так же незнание правил и алгоритмов действий с числовыми и буквенными выражениями. Основные причины: формальное усвоение теоретической составляющей курса математики; неумение строить математическую модель задачи, в том числе перевод её условия на язык математики.

Поэтому учителю математики за оставшийся период подготовки учащихся к ГИА в форме ОГЭ необходимо отработать методологию решения несложных практических расчетных задач, а так же задач, связанных с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов; необходимо отработать умения решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуации с использованием аппарата вероятности и статистики. Требуется корректировка методика изучения и оценки знаний учащихся теоретических положений и отработки базовых конструкций планиметрической составляющей курса математики, а также методика преподавания темы «Решение контекстных задач» при изучении всех содержательных блоков курса математики на уровне основного общего образования.

Задания второй части КИМ были направлены на проверку следующих математических компетенций учащихся: владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом; умение решать комплексную задачу, включающую в себя знания из различных тем как курса алгебры, так и геометрии; умение математиче-

ски грамотно записывать решение задачи, приводя при этом необходимые пояснения и объяснения; владение широким спектром приёмов и способов рассуждений, а также их комбинаций.

Динамика результатов выполнения учащимися заданий второй части КИМ за последние годы представлена в приложении (Таблица 5).

Доля учащихся, справившихся с заданиями повышенного и высокого уровня сложности на репетиционном экзамене в 2016 г. в Мурманской области, – 7,86% (2015 г. – 7,5%): по модулю «Алгебра» – 10,06% (2015 г. – 8,7%); по модулю «Геометрия» – 5,66% (2015 г. – 6,2%).

Анализ выполнения заданий репетиционного экзамена показал владение учащимися разнообразным спектром методов решения задач. Так учащиеся при решении дробно-рационального уравнения либо вводили замену переменной, либо применяли классическую схему решения; при решении текстовой задачи на растворы составляли систему уравнения, выражая концентрацию кислоты в растворах, либо находя массу кислоты в растворах, единицы решали задачу арифметическим способом; при нахождении высоты, проведённой к гипотенузе, применяли метод площадей или применяли определение и признак подобия прямоугольных треугольников, или выражали синус общего острого угла в прямоугольных треугольниках. Но недоведение используемого метода до конца решения задачи либо наличие вычислительных или фактических ошибок привели к тому, что на ОГЭ получили следующий результат: 73,04 – доля учащихся, не решивших верно часть 2.

Вместе с тем выявлено следующее. Выпускники продемонстрировали неумение: строить графики сложных функций (большая часть ошибок – неучёт области определения функции), а также исследовать зависимости параметра от взаимного расположения графиков функций; строить и исследовать математические модели геометрических задач (основные ошибки – неверное построение геометрической конструкции либо неумение применить комбинацию методов, свойств, фактов для нахождения элементов в окружности, треугольнике и многоугольнике с использованием свойств касательной, секущей, хорды, равнобедренного треугольника, теоремы Пифагора, признаков и свойств многоугольников, признаков равенства и подобия треугольников и их свойств).

Большинство учащихся допустили ошибки: вычислительные (задание № 21); в определении метода доказательства и вывода формулы (задание № 25); в применении признаков подобия треугольников (задание № 26); в построении графика сложной функции, в том числе неучет исключённых из области определения точек (задание № 23); в установлении значения параметра при исследовании количества общих точек графиков функций (задание № 23); в проведении доказательных рассуждений при решении геометрических задач (задания № 25, № 26); отсутствие понимания смысла задачи (задания № 25, № 26).

Рекомендации по повышению качества математической подготовки учащихся к государственной итоговой аттестации в форме ОГЭ

1. Учителям математики:

1.1. Активизировать работу с открытым банком экзаменационных заданий ГИА-9 по математике, опубликованном на официальном сайте Федерального института педагогических измерений www.fipi.ru.

1.2. Акцентировать внимание при организации повторения на отработке базовых понятий, умений и навыков по математике (преобразования, сравнения выражений; применение свойств степени, арифметического квадратного корня, неравенств, элементарных функций).

1.3. Провести тренинги по формированию вычислительных навыков.

1.4. При организации повторения содержательных линий: «Методы решения уравнений, неравенств и их систем», «Признаки равенства и подобия треугольников», «Алгебраические выражения, их преобразования», «Решение задач на проценты и части» отработать методы решения задач разных типов.

1.5. При организации повторения увеличить долю: комплексных заданий, заданий комбинированного характера, а так же заданий с нестандартными формулировками, дополнительными условиями, на использование нескольких приёмов при решении и отборе решений; задач на отработку базовых конструкций и включения их в систему более сложных заданий.

1.6. Включить в систему работы с учащимися следующие типы уроков: «Урок одной задачи» (одна сложная задача – разнообразие методов её решения), «Урок одного метода» (один метод – разнообразие типов задач, решаемых этим методом), «Урок «сюжетных» задач».

2. Директорам общеобразовательных организаций:

2.1. Организовать проведение поэлементного анализа выполнения экзаменационной работы репетиционного ОГЭ по математике.

2.2. Обеспечить проведение инструктажа учащихся по работе с бланками и инструкцией.

2.3. Обеспечить выполнение рабочих программ по математике за курс основного общего образования в части повторения материала по тематическим блокам: решение уравнений, неравенств, систем, содержащих переменную под знаком модуля; решение задач с параметрами; числовые последовательности; алгебраические и геометрические методы решения планиметрических задач.

3. Муниципальным методическим службам при организации методической работы с учителями математики:

3.1. Провести поэлементный анализ выполнения учащимися экзаменационной работы репетиционного ОГЭ по математике.

Продолжить работу по методическому сопровождению молодых и малоопытных педагогов, учителей школ, работающих в сложных социальных условиях.

*Н.А. Малахова, старший преподаватель
кафедры преподавания общеобразовательных предметов
ГАУДПО МО «Институт развития образования»*

Таблица 1.

Система формирования общего балла

Модуль «Алгебра»						
Максимальное количество баллов за одно задание				Максимальное количество баллов		
Часть 1	Часть 2			За часть 1	За часть 2	За модуль в целом
№ 1-8	№ 21	№ 22	№ 23			
1	2	2	2	8	6	14
Модуль «Геометрия»						
Максимальное количество баллов за одно задание				Максимальное количество баллов		
Часть 1	Часть 2			За часть 1	За часть 2	За модуль в целом
№ 9-13	№ 24	№ 25	№ 26			
1	2	2	2	5	6	11
Модуль «Реальная математика»						
Максимальное количество баллов за одно задание (Часть 1, № 14-20)				Максимальное количество баллов за модуль в целом		
1				7		

Таблица 2.

Результаты выполнения учащимися заданий экзаменационной работы ОГЭ в 2015 г. и репетиционного ОГЭ в 2016 г. по содержательным модулям

Содержательный модуль	Доля учащихся, справившихся с заданием (%)			
	ОГЭ 2015 г.		Репетиционный ОГЭ 2016 г.	
	Часть 1	Часть 2	Часть 1	Часть 2
Модуль «Алгебра»	86,6	28,0	57,25	10,06
Модуль «Геометрия»	82,4	17,5	58,62	5,66
Модуль «Реальная математика»	84,7	-	57,71	-

Таблица 3.

Сравнение результатов репетиционного ОГЭ по математике
за 2014-2016 годы в Мурманской области

	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Доля участников, выполнивших более 80% работы	0,11	0,90	2,45
Доля участников, выполнивших 100% работы	0,00	0,03	0,02
Доля участников, не решивших часть 2	86,88	75,58	73,04
Процент выполненных заданий	26,93	83,03	38,26
Процент выполненных заданий	44,34	52,32	34,13
Доля участников, набравших 8 и более первичных баллов, но не выполнивших условие «3-2-2» и получивших оценку «2»	10,09	14,01	6,75

Таблица 4.

Результаты выполнения учащимися заданий первой части
по содержательным модулям в 2014-2016 гг.

№ задания	Содержание задания	Тематический блок	Доля учащихся, справившихся с заданиями КИМ (%)		
			2014 год (репетиционный экзамен)	2015 год (репетиционный экзамен)	2016 год (репетиционный экзамен)
Модуль «Алгебра»					
1	Нахождение значения числового выражения путём выполнения вычислений и преобразований	Числа и вычисления	59,4	60,1	60,23
2	Установление соответствия между положительными, отрицательными дробями и точками, изображёнными на координатной прямой	Числа и вычисления	77,1	80,3	76,66
3	Преобразование выражения, содержащего степень	Алгебраические выражения	57,5	43,5	50,42
4	Решение неполного квадратного уравнения	Уравнения, неравенства, системы	27,6	44,5	42,95

5	Установление соответствия между графиками линейных функций и их аналитическим заданием	Функции и графики	41,2	43,2	65,57
6	Нахождение n-го члена числовой последовательности, заданной рекуррентно	Числовые последовательности	61,9	55,6	55,26
7	Преобразование алгебраического выражения и нахождение его значения	Алгебраические выражения	37,0	36,5	42,68
8	Решение линейного неравенства	Уравнения, неравенства, системы	40,5	52,5	64,24
Модуль «Геометрия»					
9	Выполнение действий с геометрическими фигурами: нахождение длины стороны равностороннего треугольника по его биссектрисе	Многоугольники	64,0	42,0	22,22
10	Выполнение действий с геометрическими фигурами: вычисление градусной меры угла треугольника, вписанного в окружность, с углом, опирающимся на диаметр	Окружность, круг	31,4	23,6	56,58
11	Выполнение действий с геометрическими фигурами: нахождение площади квадрата по его периметру	Многоугольники	18,4	22,6	67,82
12	Выполнение действий с геометрическими фигурами: нахождение длины диагонали ромба, изображённого на клетчатой бумаге	Измерение геометрических величин	74,2	44,3	73,45
13	Проведение доказательных рассуждений, умения оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные рассуждения	Геометрические фигуры и их свойства	22,1	52,5	73,03
Модуль «Реальная математика»					
14	Анализ данных при решении задачи с реальным сюжетом, представленной таблично	Статистика и теория вероятностей	77,8	71,5	85,87
15	Описание с помощью графика функции реальных процессов и их интерпретация	Статистика и теория вероятностей	74,4	77,8	79,56
16	Решение практической вычислительной задачи на	Числа и вычисления	25,5	27,8	57,21

	проценты				
17	Решение практической задачи на нахождение длины отрезка	Геометрические фигуры и их свойства	14,6	51,3	38,14
18	Анализ реальных числовых данных, представленных на диаграмме	Статистика и теория вероятностей	93,3	82,6	56,86
19	Исследование модели реальной ситуации с использованием аппарата вероятности	Статистика и теория вероятностей	37,4	30,3	44,87
20	Осуществление практических расчётов по формуле	Алгебраические выражения	62,3	37,5	41,48

Таблица 5.

Результаты выполнения учащимися заданий второй части
по содержательным модулям в 2012-2015 гг.

№ задания	Содержание задания	Тематический блок	Доля учащихся, справившихся с заданиями (%)		
			2014 г. (репетиционный экзамен)	2015 г. (репетиционный экзамен)	2016 г. (репетиционный экзамен)
Модуль «Алгебра»					
21	Решение дробных рациональных уравнений	Уравнения, неравенства, системы	12,1	16,6	23,51
22	Построение и исследование математической модели текстовой задачи на процентную концентрацию кислоты в растворе	Текстовые задачи. Выражения. Уравнения, неравенства, системы	1,4	3,8	2,67
23	Построение графика сложной функции и определение коэффициента m у прямой $y=m$ при определении их взаимного расположения	Функции и графики	0,3	5,7	4,01
Модуль «Геометрия»					
24	Выполнение действий с геометрическими фигурами: вычисление длины высоты прямоугольного треугольника, проведённой к его гипотенузе, по его катетам	Окружность, круг. Треугольник	1,9	7,5	11,36
25	Проведение доказательных рассуждений относительно суммы площадей треуголь-	Многоугольники	1,5	10,3	5,49

	ников и площади трапеции (доказательство формулы)				
26	Выполнение действий с геометрическими фигурами: нахождение расстояния между прямыми, расположенными в окружностях и касающихся внешним образом	Треугольники. Окружность, круг	0,1	0,6	0,14